

SÉRIE A,
N° 2384
N° D'ORDRE :
3436

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

ARMAND SARAZIN

1^{re} THÈSE. — ÉTUDE ET RÉALISATION D'UN ACCÉLÉRATEUR LINÉAIRE
A ONDES STATIONNAIRES.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 20 juin 1953 devant la Commission d'examen.

MM. P. AUGER, *Président.*
R. LUCAS, } *Examineurs.*
P. GRIVET }

PARIS

GAUTHIER-VILLARS, ÉDITEUR-IMPRIMEUR-LIBRAIRE
Quai des Grands-Augustins, 55

1953

SÉRIE A,
N° 2384
N° D'ORDRE :
3456

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

ARMAND SARAZIN

1^{re} THÈSE. — ÉTUDE ET RÉALISATION D'UN ACCÉLÉRATEUR LINÉAIRE
A ONDES STATIONNAIRES.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 20 juin 1953 devant la Commission d'examen.

MM. P. AUGER, *Président*,
R. LUCAS, } *Examineurs*.
P. GRIVET }

PARIS

GAUTHIER-VILLARS, ÉDITEUR-IMPRIMEUR-LIBRAIRE

Quai des Grands-Augustins, 55

—
1953

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen..... A. CHATELET.

PROFESSEURS

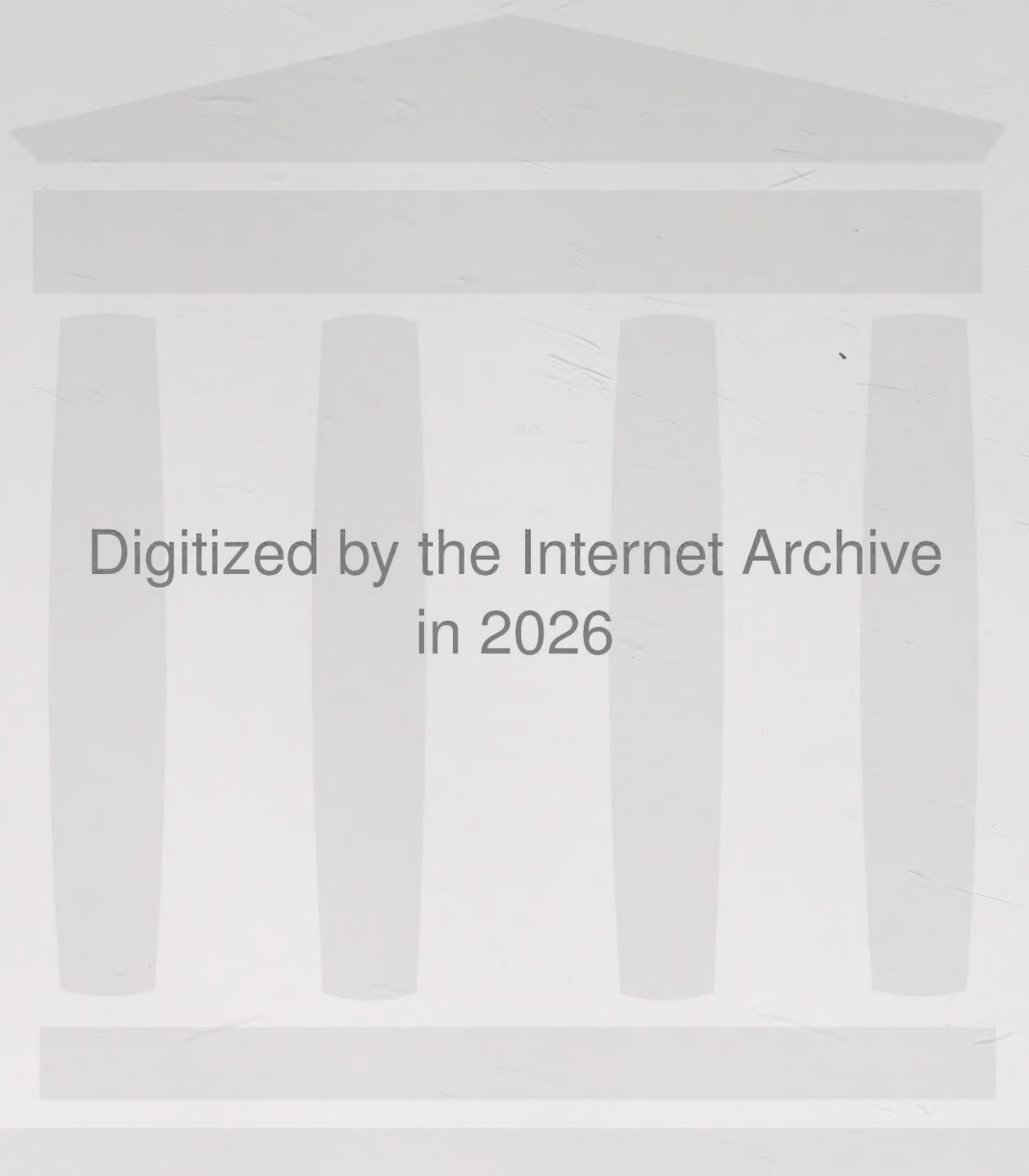
G. JULIA.....	T	Analyse supérieure et Algèbre supérieure.	CHRÉTIEN.....	T	Chimie minérale.
A. DENJOY.....	T	Théorie des Fonctions.	P. DRACH.....	T	Zoologie.
L. LUTAUD.....	T	Géographie physique et géologie dynamique.	KASTLER.....	T	Physique.
E. DARMOIS.....	T	Enseignement de Physique.	CHATELET.....	T	Arithmétique et théorie des nombres.
ROBERT LÉVY.....	T	Physiologie comparée.	EPHRUSSI.....	T	Génétique.
FOCH.....	T	Mécanique physique et expérimentale.	WURMSER.....	T	Biologie physico-chimique.
PAUTHENIER.....	T	Electrotechnique générale.	BAUER.....	T	Chimie-Physique.
DE BROGLIE.....	T	Théories physiques.	RIVIÈRE.....	T	Géologie (P. C. B.).
JOB.....	T	Chimie générale.	GAUTHERET.....	T	Biologie végétale (P. C. B.).
PRENANT.....	T	Anatomie et Histologie comparées.	LUCAS.....	T	Physique.
COMBES.....	T	Physiologie végétale.	A. THOMAS.....	T	Évolution des êtres organisés.
GARNIER.....	T	Géométrie supérieure.	ARNULF.....	T	Optique appliquée.
PÈRES.....	T	Mécanique des fluides et applications.	MAX MORAND.....	T	Physique.
LAUGIER.....	T	Physiologie générale.	SOLEILLET.....	T	Physique.
TOUSSAINT.....	T	Technique aéronautique.	FORTIER.....	T	Mécanique expérimentale des fluides.
M. CURIE.....	T	Physique (P. C. B.).	DANJON.....	T	Astronomie.
G. RIBAUD.....	T	Hautes températures.	FROMAGEOT.....	T	Chimie biologique.
CHAZY.....	T	Mécanique analytique et Mécanique céleste.	LAPORTE.....	T	Physique générale et Radio-activité.
CROZE.....	T	Physique théorique et Physique céleste.	JANET.....	T	Mathématiques générales.
DUPONT.....	T	Théories chimiques.	PETIT.....	T	Biologie maritime.
VALIRON.....	T	Calcul différentiel et Calcul intégral.	QUENEY.....	T	Météorologie et dynamique atmosphérique.
BARRABÉ.....	T	Géologie structurale et Géologie appliquée.	GALLIEN.....	T	Biologie animale (P. C. B.).
G. DARMOIS.....	T	Calcul des probabilités et Physique mathématique.	EICHHORN.....	T	Biologie végétale (P. C. B.).
JACQUES BOURCART.....	T	Géographie physique et Géologie dynamique.	DE CUGNAC.....	T	Biologie végétale (P. C. B.).
AUBEL.....	T	Chimie biologique.	M ^{lle} CAUCHOIS.....	T	Chimie-Physique.
M ^{me} JOLIOT-CURIE.....	T	Physique générale et Radio-activité.	THELLIER.....	T	Physique du Globe.
PLANTEFOL.....	T	Botanique.	AUDUBERT.....	T	Electrochimie.
CABANNES.....	T	Recherches physiques.	L'HÉRITIER.....	T	Génétique.
GRASSE.....	T	Évolution des êtres organisés.	GRIVET.....	T	Radioélectricité.
PRÉVOST.....	T	Chimie organique.	PONCIN.....	T	Mécanique des Fluides.
BOULIGAND.....	T	Application de l'analyse à la Géométrie.	THIERY.....	T	Mécanique appliquée.
CHAUDRON.....	T	Chimie appliquée.	DUBREIL.....	T	Mathématiques générales.
WYART.....	T	Minéralogie.	QUELET.....	T	Chimie (P. C. B.).
TEISSIER.....	T	Zoologie.	CAGNIARD.....	T	Géophysique appliquée.
MANGENOT.....	T	Biologie végétale.	CHAMPETIER.....	T	Chimie appliquée.
P. AUGER.....	T	Physique quantique et relativité.	CUVILLIER.....	T	Géologie structurale et Géologie appliquée.
MONNIER.....	T	Physiologie générale.	JUNG.....	T	Pétrographie.
PIVETEAU.....	T	Géologie.	TRILLAT.....	T	Physique (P. C. B.).
ROCARD.....	T	Physique.	WIEMANN.....	T	Chimie (P. C. B.).
H. CARTAN.....	T	Mathématiques (E. N. Supérieure).	JACQUINOT.....	T	Physique (P. C. B.).
SCHAEFFER.....	T	Physiologie des fonctions.	VASSY.....	T	Physique de l'Atmosphère.
LAFFITTE.....	T	Chimie générale.	DESTOUCHES.....	T	Théories physiques.
FAVARD.....	T	Mécanique générale.	PRUVOST.....	T	Géologie.
COULOMB.....	T	Physique du Globe.	AMIEL.....	T	Chimie (P. C. B.).
M ^{lle} COUSIN.....	T	Biologie animale (P. C. B.).	HOCART.....	T	Minéralogie.
			MACHEBOEUF.....	T	Microbiologie.
			J.-P. MATHIEU.....	T	Physique (P. C. B.).
			COUTEAUX.....	T	Biologie animale (P. C. B.).
			MAY.....	T	Biologie animale (P. C. B.).
			CHOQUET.....	T	Calcul différentiel.
			FELDMANN.....	T	Biologie (P. C. B.).
			GUINIER.....	T	Physique (P. C. B.).
			JOST.....	T	Biologie (P. C. B.).

Secrétaire..... CH. MONIER.



A MES PARENTS

A LA MÉMOIRE
DE MONSIEUR LE PROFESSEUR A. LUTZ
DE LA FACULTÉ DES SCIENCES DE NANCY



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41552217_0043

PREMIÈRE THÈSE

ÉTUDE ET RÉALISATION D'UN ACCÉLÉRATEUR LINÉAIRE A ONDES STATIONNAIRES POUR ÉLECTRONS

On décrit dans cet exposé les recherches théoriques et expérimentales faites sur un accélérateur linéaire pour électrons à ondes stationnaires de 1,2 MeV.

L'auteur rappelle d'abord le principe de l'appareil, puis montre dans une première partie comment il est possible de réaliser un résonateur très allongé dans lequel l'onde stationnaire hyperfréquence ($\lambda = 10$ cm) possède une composante principale dont la vitesse de phase est inférieure à celle de la lumière. Il analyse ensuite les traits essentiels des mouvements longitudinaux et transversaux des électrons à l'intérieur de l'accélérateur; il conclut en déterminant de manière approchée les principales dimensions d'un guide accélérateur.

L'auteur donne, dans une deuxième partie, le compte rendu des expériences préliminaires qui sont nécessaires pour compléter les données de la théorie et établir le projet détaillé du guide accélérateur. Celui-ci est constitué ici de 20 cavités de hauteurs croissantes résonnant pour le mode $\frac{\pi}{2}$ à la fréquence de 3 000 Mc/s et couplées par un trou central dont le diamètre croît d'une extrémité à l'autre afin de maintenir un champ constant le long de l'axe. La tension d'injection des électrons est de 20 000 V et le champ axial de 30 000 V/cm. Il décrit ensuite les problèmes que pose l'alimentation d'une telle cavité en impulsions et le dispositif stabilisateur de fréquence qui a été employé.

Enfin, il analyse les résultats obtenus avec ce type d'accélérateur et l'on conclut que le système à ondes progressives qu'on lui a comparé est préférable en pratique.

INTRODUCTION.

La production de particules accélérées occupe en Physique une place de plus en plus grande. Les accélérateurs actuels ont été des facteurs importants du progrès de la physique nucléaire pendant ces vingt dernières années; mais cette science réclame des appareils encore plus puissants, et il est maintenant désirable de disposer d'énergie de plusieurs milliards d'eV.

Un autre champ d'application non moins intéressant, mais plus étroit, nous est offert par la médecine. Ici, on ne se sert encore que d'électrons et il suffit d'obtenir des énergies beaucoup plus faibles comprises entre un et une vingtaine de MeV.

Les accélérateurs cycliques tels le bétatron, actuel-

lement existants fournissent une solution de ce problème, mais leur encombrement est considérable et ils ne permettent guère d'obtenir de grandes intensités, ni d'opérer directement avec les électrons; ils ne fournissent que des rayons X et leur commodité dans le domaine médical laisse encore à désirer.

L'étude que nous présentons porte sur la construction et la mise au point d'un accélérateur linéaire à ondes stationnaires pour électrons; elle a été développée surtout en vue des applications médicales. Néanmoins les résultats obtenus sont valables aussi pour les accélérateurs puissants, car ceux-ci comprennent, en général, une section initiale à « basse tension ». Nous espérons donc avoir aussi contribué au développement des accélérateurs à très haute puissance.

1. Principe des accélérateurs linéaires.

L'accélérateur linéaire est un appareil employant une source de tension de très haute fréquence pour accélérer des particules décrivant une trajectoire rectiligne. La vitesse de phase du champ haute fréquence produit doit être la même que celle de la particule. Cette dernière conserve alors toujours la même position par rapport à cette onde et peut être considérée comme soumise à une force constante à la condition que le champ ait une composante électrique dans la direction de son déplacement.

En première approximation, l'énergie acquise sera :

$$(1) \quad W(\text{eV}) = |E_0| l,$$

$|E_0|$ étant la valeur absolue maximum du champ électrique le long de l'axe en V/cm et l la longueur d'accélération en cm.

Notons qu'une onde ayant une vitesse de phase différente de celle de la particule aura une action moyenne nulle sur celle-ci. En considérant un référentiel lié à la particule, le champ électrique provenant de l'onde ayant une vitesse de phase convenable est continu, tandis que les autres sont alternatifs et au cours d'un cycle, leurs actions s'annulent en moyenne.

Il reviendra donc au même de soumettre la particule à l'action d'un champ dont la vitesse de phase est convenable ou à l'action d'un champ complexe dont la décomposition en série de Fourier fournit une composante ayant la vitesse de phase convenable : si cette composante est importante, on pourra considérer qu'elle agit seule.

2. Accélérateurs à ondes stationnaires et progressives.

Différentes méthodes ont été expérimentées ces dernières années pour obtenir une onde électromagnétique ayant une vitesse de phase inférieure à celle de la lumière.

Mullet [1] a étudié l'emploi d'un guide rectangulaire courbé; Willshaw [2], Bruck et Wicker [3], Sidney, Frankel [4], ont proposé l'emploi d'un guide cylindrique rempli d'un diélectrique solide.

Mais la méthode qui semble avoir trouvé la plus grande faveur consiste à employer un guide cylindrique à l'intérieur duquel sont placées des cloisons métalliques percées d'une ouverture centrale; nous le désignerons du nom de « guide ondulé » (fig. 1).

Ces guides ont été employés aussi dans les tubes

à ondes progressives, dans les antennes et les filtres pour hyperfréquences.

Leur étude théorique a été entreprise depuis longtemps, mais elle est complexe et parfois difficile. Les travaux les plus importants ont été faits par Brillouin [5] qui a étudié la propagation entre deux demi-plans ondulés, et Chu et Hansen [6], [7], qui ont traité du guide circulaire ondulé proprement dit.

La méthode d'accélération la plus simple consiste alors à faire traverser ce guide par une onde électromagnétique ayant un champ électrique axial et par un faisceau d'électrons également axial. A la sortie du guide, l'onde électromagnétique est dissipée dans une charge sans réflexion. Ainsi les accélérateurs de ce type sont traversés par une onde

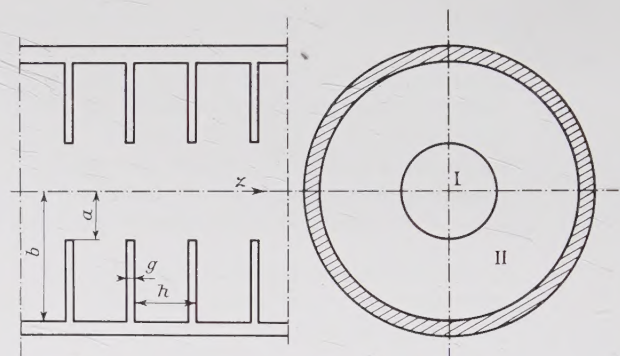


Fig. 1. — Guide ondulé.

progressive et on les a appelés *accélérateurs à ondes progressives*.

Pour un appareil *court*, il ne semble pas à première vue que ce système soit bon puisqu'une partie importante de la puissance se trouve dissipée en pure perte à la sortie du guide. Un remède simple à cet inconvénient met en œuvre le régime d'ondes stationnaires : le guide est maintenant muni de deux fonds réfléchissants et l'onde utile se réfléchit successivement d'une extrémité à l'autre; la puissance atteint chaque extrémité avec une phase convenable jusqu'à ce qu'elle soit entièrement dissipée, soit par effet Joule dans les parois, soit en accélérant le faisceau d'électrons.

On établit aisément le régime d'ondes stationnaires voulu en limitant un guide ondulé à deux sections droites réfléchissantes convenablement disposées. Tout comme on obtient une cavité cylindrique en limitant un guide ordinaire à deux sections droites, on réalise ainsi une cavité résonnante.

L'appareil ainsi constitué sera appelé *accélérateur à ondes stationnaires*.

Dans notre laboratoire, l'accélérateur linéaire

à ondes progressives avait été étudié par J. Vastel [8]. Il avait construit un premier prototype fournissant un courant de $10 \mu\text{A}$ d'électrons d'énergie de $0,4 \text{ MeV}$; puis il termina un appareil qui en 1952 fournit une tension de 3 MeV . Parallèlement, et c'est l'objet de ce travail, nous avons cherché à vérifier si la version à ondes stationnaires pouvait présenter en pratique les avantages de principe que la théorie sommaire du paragraphe précédent peut laisser espérer.

C'est pourquoi nous avons étudié en détail un appareil à ondes stationnaires et construit un accélérateur de $1,2 \text{ MeV}$ qui sera décrit dans la suite.

Cet accélérateur comprend essentiellement :

- un guide accélérateur;
- un dispositif destiné à produire à l'intérieur de ce guide un champ convenable;
- une source d'électrons.

Avant de présenter les résultats obtenus, nous exposerons nos études sur ces différentes parties.

I. — THÉORIE DE L'ACCÉLÉRATEUR LINÉAIRE.

1. Le guide accélérateur.

1.1. ACCÉLÉRATEUR A ONDES STATIONNAIRES. —

Le régime d'ondes stationnaires dans le guide peut être envisagé de deux points de vue différents.

L'accélérateur à ondes stationnaires dérive de l'appareil à ondes progressives et nous savons qu'une onde stationnaire peut être décomposée en deux ondes de vitesses opposées. Les problèmes de dynamique se ramèneront donc à ceux d'une onde progressive puisque, comme nous l'avons déjà remarqué, une onde dont la vitesse de phase n'est pas égale à la vitesse de l'électron aura une action moyenne nulle. L'étude de la dynamique des électrons se rattachera donc directement aux problèmes de propagation dans les guides d'ondes.

Il est aussi intéressant de regarder ce guide accélérateur comme un ensemble de cavités résonnantes cylindriques placées bout à bout et couplées entre elles par le trou central.

Il est, en effet, possible d'accélérer des électrons avec une seule cavité résonnante et l'on a construit des accélérateurs linéaires, constitués par une succession de cavités alimentées indépendamment par une source hyperfréquence. Le déphasage entre les alimentations et les dimensions des cavités doivent être réglés de façon que les électrons rencontrent à l'entrée de chacune d'elles un champ accélérateur.

Dans l'appareil envisagé ici, on peut appliquer un principe analogue, mais les cavités sont couplées directement par le champ électromagnétique et l'on n'a qu'une seule source d'alimentation.

Appelons section fondamentale la longueur d'accélérateur comprise entre deux points vibrant en opposition de phase. Le fonctionnement en accélérateur exige les conditions suivantes : un électron, qui s'est présenté à l'entrée d'une section fondamentale lorsque le champ électrique était accélérateur, doit trouver encore à sa sortie, lorsqu'il entre dans la section suivante, un champ accélérateur. Ceci revient à dire que le *temps de transit d'un électron accéléré, le long d'une section fondamentale doit être égal à une demi-période du champ haute fréquence.*

Mais nous devons aussi accélérer les électrons en partant d'énergies faibles; les électrons auront donc une vitesse croissante sur tout leur parcours et, en conséquence, les dimensions géométriques des éléments du guide accélérateur devront varier progressivement du début à la fin du tube.

Les travaux théoriques sur ces guides sont d'une telle complexité qu'ils n'ont pas encore été entrepris. Nous nous contenterons ici de faire une brève étude de la première approximation : un guide ondulé uniforme présentant une vitesse de phase inférieure à celle de la lumière. Cette étude ne nous permettra pas d'obtenir les dimensions du guide accélérateur avec une précision suffisante pour sa construction, mais elle nous sera utile pour définir le rôle des principaux paramètres constructifs et nous guider dans les mesures et les ajustements expérimentaux. Enfin elle nous fournira l'occasion de définir un certain nombre de caractéristiques de l'accélérateur d'une façon précise.

En résumé, les résultats de ces considérations théoriques nous permettront d'établir les grandes lignes du projet de notre accélérateur.

1.2. GUIDE ONDULÉ. — Soit z , l'axe le long duquel se déplaceront les électrons; nous voulons obtenir un champ haute fréquence dont la composante électrique le long de z aura une vitesse de phase égale à celle des électrons. Leur vitesse, toujours inférieure à la vitesse de la lumière, sera variable, mais tendra vers celle-ci à la fin de leur parcours. Nous chercherons donc d'abord s'il est possible d'obtenir dans un guide uniforme une onde ayant une vitesse donnée inférieure à c .

La théorie des guides d'onde nous fournit le mode utile pour l'accélérateur : le mode TM_{01} (ou E_{01}) dans lequel le champ électrique possède

une composante longitudinale (suivant l'axe Oz du guide), propre à accélérer les électrons.

Dans un guide circulaire ordinaire, les lignes de force caractéristiques du mode TM_{01} (E_{01}) sont représentées sur la figure 2.

Soit z, r, θ , les coordonnées cylindriques dans le guide accélérateur; $E_z, E_r, E_\theta, H_z, H_r, H_\theta$, les composantes des champs électrique et magnétique, correspondantes.

Le guide à corrugations possède un certain nombre de propriétés du guide cylindrique ordinaire : la symétrie cylindrique autour de Oz, la validité des équations de Maxwell à l'intérieur, la propagation suivant Oz. Ainsi, comme dans tout mode TM, il n'y a pas de composante axiale du champ magnétique $H_z = 0$; d'autre part, dans les modes TM_0 , E_θ est nul ainsi que H_r .

Étudions donc les équations de propagation du mode TM_{01} qui est le plus simple permettant l'accélération d'électrons, en écrivant d'abord toutes les propriétés du guide ordinaire qui sont conservées. Les phénomènes envisagés étant harmoniques par rapport au temps, les facteurs spatiotemporels de propagation le long de Oz restent $e^{j\omega(t-z)}$. Nous sous-entendons le facteur de temps $e^{j\omega t}$ dans toutes les équations que nous pourrions ainsi simplifier dans ce chapitre.

Les équations de Maxwell s'écrivent :

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial H_\theta}{\partial z} = j\omega\epsilon_0 E_r, \quad \frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} = -j\omega\mu_0 H_\theta; \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r H_\theta) = j\omega\epsilon_0 E_z, \quad \frac{1}{r} \frac{\partial E_r}{\partial \theta} = 0, \\ \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} = 0, \end{array} \right.$$

E_r, E_z, H_θ sont indépendants de θ .

Le système (2) s'écrit :

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H_\theta}{\partial z} = -j\omega\epsilon_0 E_r, \quad c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}; \\ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} r H_\theta \right) = j\omega\epsilon_0 E_z, \\ \frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} = -j\omega\mu_0 H_\theta \end{array} \right.$$

qui, par élimination de E_r et E_z , donne :

$$(4) \quad \frac{\partial^2 H_\theta}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r H_\theta) \right] = -\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 H_\theta = -\frac{\omega^2}{c^2} H_\theta.$$

Posons :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c},$$

λ , longueur d'onde dans le vide;

k , constante de propagation dans le vide;

$$k^2 = \chi^2 + \beta^2,$$

β , constante de propagation suivant l'axe z ;

χ , constante de propagation suivant l'axe r ;

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda_g} = \frac{\omega}{v},$$

λ_g , longueur d'onde dans le guide;

v , vitesse de phase;

$$(5) \quad \chi^2 = k^2 \left(1 - \frac{c^2}{v^2} \right).$$

L'équation (4) se résout d'une manière classique en posant les solutions sous la forme

$$H_\theta = f(r) e^{-j\beta z},$$

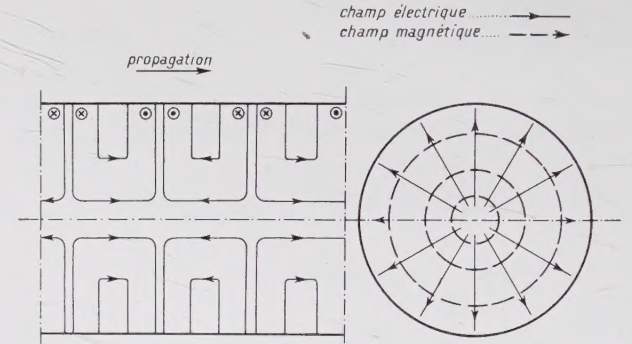


Fig. 2. — Mode TM_{01} dans un guide circulaire.

$f(r)$ étant déterminé par

$$(6) \quad \frac{d}{dr} \left\{ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} [r f(r)] \right\} + (-\beta^2 + k^2) f(r) = 0.$$

D'après (6), $f(r)$ sera une combinaison linéaire des fonctions de Bessel de première espèce et deuxième espèce, d'ordre 1. La solution générale s'écrit donc :

$$(7) \quad \left\{ \begin{array}{l} H_\theta = [A' J_1(\chi r) + B' Y_1(\chi r)] e^{-j\beta z}, \\ E_r = \frac{\beta}{\omega\epsilon_0} [A' J_1(\chi r) + B' Y_1(\chi r)] e^{-j\beta z}, \\ E_z = \frac{\chi}{j\omega\epsilon_0} [A' J_0(\chi r) + B' Y_0(\chi r)] e^{-j\beta z}; \end{array} \right.$$

E_z s'obtient par dérivation d'une combinaison linéaire des fonctions de Bessel et l'on a, si F désigne cette combinaison :

$$\frac{d}{dr} [r F_1(\chi r)] = \chi r F_0(\chi r),$$

A' et B' étant des constantes déterminées par les conditions aux limites.

Il est intéressant d'introduire d'autres constantes A et B dont l'interprétation physique apparaîtra simple par la suite.

Posons :

$$(8) \quad \begin{cases} A' = A \frac{j\omega\varepsilon}{\chi}, & B' = B \frac{j\omega\varepsilon}{\chi}, \\ E_z = [A_0 J_0(\chi r) + B Y_0(\chi r)] e^{-j\beta z}, \\ E_r = j \frac{\beta}{\chi} [A J_1(\chi r) + B Y_1(\chi r)] e^{-j\beta z}, \\ H_0 = \frac{1}{\eta_0} j \frac{k}{\chi} [A J_1(\chi r) + B Y_1(\chi r)] e^{-j\beta z}, \end{cases}$$

η_0 étant l'impédance intrinsèque du vide

$$\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 377 \, \Omega.$$

Dans la région voisine de l'axe, le champ est régi par ces équations et, par conséquent, leur forme doit être telle que le champ reste fini sur l'axe, donc $B = 0$ car la fonction Y devient infinie pour $r = 0$. Nos équations se réduisent ainsi à

$$(9) \quad \begin{cases} E_z = A J_0(\chi r) e^{-j\beta z}, \\ E_r = j \frac{\beta}{\chi} A J_1(\chi r) e^{-j\beta z}, \\ H_0 = \frac{1}{\eta_0} j \frac{k}{\chi} A J_1(\chi r) e^{-j\beta z}. \end{cases}$$

Ces équations peuvent décrire trois cas physiquement différents, suivant la valeur imposée à χ par les conditions aux limites : ce sont des conditions aux limites particulières, qui font l'originalité du guide ondulé et le distinguent du guide ordinaire à section circulaire; les équations (9), au contraire, sont valables aussi bien pour l'un que pour l'autre.

a. χ réel. — La composante du champ électrique suivant l'axe des z varie comme $J_0(\chi r)$, c'est-à-dire qu'elle décroît lorsque r augmente, s'annulant une première fois pour $(\chi r) = 2,4048$. Ensuite elle est oscillatoire et présente un nombre infini de

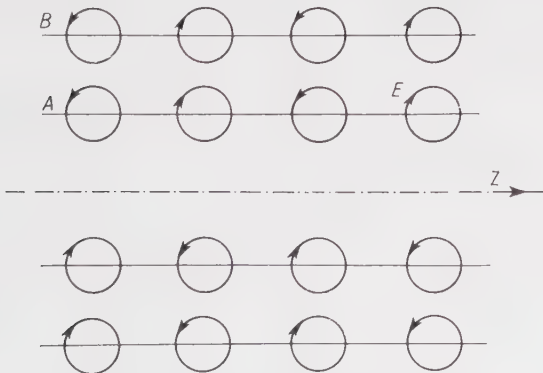


Fig. 3. — Champ électrique pour χ réel.

valeurs nulles, lorsqu'on s'éloigne indéfiniment de l'axe.

Le champ électrique correspondant a été représenté schématiquement sur la figure 3. Un tel champ se trouve réalisé dans les guides cylindriques ordinaires, car il suffit de limiter le champ par un cylindre conducteur passant par A ou par B pour obtenir des conditions aux limites satisfaisantes; le champ électrique sera partout perpendiculaire à cette surface. Nous retrouvons le guide d'onde ordinaire, mais d'après (5), $v > c$, la vitesse de phase est toujours supérieure à la vitesse de la lumière; un guide de ce genre ne peut donc pas être employé dans un accélérateur.

b. $\chi = 0$. — La vitesse de phase est égale à la vitesse de la lumière et le champ suivant z est constant lorsque r varie.

c. χ imaginaire. — On a $v < c$. La vitesse de phase est inférieure à celle de la lumière comme

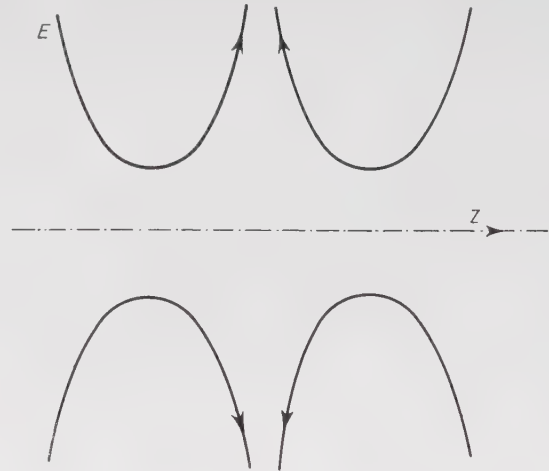


Fig. 4. — Champ électrique pour χ imaginaire.

nous le désirons. La variation de E_z suivant r est donnée par celle de $J_0(j|\chi|r)$, fonction de Bessel d'argument imaginaire. C'est une fonction réelle constamment croissante avec r , qui ressemble asymptotiquement à $\frac{1}{\sqrt{2\pi z}} e^z$. Le champ a la distribution représentée sur la figure 4; il n'est naturellement plus possible de disposer un simple cylindre conducteur pour limiter cette région, car le champ n'est jamais perpendiculaire à l'axe.

Nous désignerons, suivant la tradition, les fonctions réelles $J_0(jz)$ et $-jJ_1(jz)$ par $I_0(z)$ et $I_1(z)$ et nous poserons $j\chi' = \chi$.

La fonction $I_0(\chi' r)$ donne la variation radiale de la composante longitudinale du champ électrique.

Il est à noter que cette variation est assez lente, et que le champ reste à peu près uniforme même assez loin de l'axe. Il varie de moins de 10 % lorsque χ' passe de 1 à 0,6.

Définissons Z_r l'impédance radiale de l'onde.

$$(10) \quad Z_r = -\frac{E_z}{H_\theta} = \frac{\eta_0 \chi'}{k} \frac{J_0(\chi r)}{-j J_1(\chi r)} = j \frac{\eta_0 \chi'}{k} \frac{I_0(\chi' r)}{I_1(\chi' r)},$$

$\frac{I_0(\chi' r)}{I_1(\chi' r)}$ étant toujours réel et positif. Z_r est donc une impédance inductive pour toutes les valeurs de r . Ainsi pour pouvoir réaliser les conditions souhaitées et assurer une valeur imaginaire à χ , il faut réaliser une impédance inductive aux limites du champ c'est-à-dire tout le long d'un cylindre de révolution entourant la région utile.

Voyons maintenant comment cette condition se trouve approximativement réalisée par les corrugations. Dans le guide ondulé (fig. 1), on peut assimiler chaque cannelure à une ligne de transmission radiale constituée par deux plans parallèles et dont l'extrémité est court-circuitée par un cylindre. Si la longueur électrique d'une telle ligne est inférieure à $\frac{\lambda}{4}$, l'impédance d'entrée sera inductive et nous voyons que dans un guide ondulé la succession des cannelures, empilement de lignes radiales, permettra de réaliser approximativement les conditions aux limites convenables et donc d'obtenir des ondes dont la vitesse est inférieure à c : comme les conditions ne sont pas rigoureusement satisfaites, nous obtiendrons en même temps d'autres ondes parasites dont le rôle est heureusement négligeable dans l'accélération.

1.3. CALCUL DU CHAMP DANS UN GUIDE ONDULÉ.

— Nous distinguerons dans un tel guide deux régions que nous désignerons par les indices 1 et 2; les dimensions caractéristiques a , b , h , sont définies sur la figure 1. Nous allons préciser la structure du champ dans la région II, celle des cannelures, dans le but d'établir une relation entre l'impédance radiale à la frontière I et II, et les dimensions géométriques du guide ondulé. Nous envisagerons tout d'abord la seule existence d'une onde fondamentale dans le milieu I; nous supposons aussi que l'épaisseur des cloisons peut être négligée et que le nombre d'encoches par longueur d'onde est suffisamment grand pour que l'on puisse envisager une solution continue des équations de propagation dans le milieu II. Ces conditions ne sont qu'approximativement réalisées dans l'appareil réel, mais les propriétés du modèle idéal se rapprochent assez étro-

tement de la réalité pour que son étude nous livre d'importants renseignements.

Le champ dans la région II, $a < r < b$, peut être exprimé de la même façon que dans la région I puisque ces deux régions ont la même symétrie. Les équations de Maxwell s'écrivent, comme dans le cas précédent, et donnent pour le mode le plus simple : $a < r < b$,

$$(11) \quad \begin{cases} E_{2z} = \{ B J_0(kr) + C Y_0(kr) \} e^{-j\beta_2 z}, \\ H_{2\theta} = \frac{1}{\eta_0} \{ B J_1(kr) + C Y_1(kr) \} e^{-j\beta_2 z}. \end{cases}$$

Les constantes A , B , C sont déterminées par les conditions aux limites qui sont ici partiellement différentes de celles régnant dans la région I; en particulier la région II ne contient pas l'axe, et la fonction Y ne sera plus exclue des formules.

1° Les composantes tangentielles du champ électrique pour $r = a$ doivent être égales dans les régions I et II.

$$(12) \quad A J_0(\chi_1 a) e^{-j\beta_1 z} = [B J_0(ka) + C Y_0(ka)] e^{-j\beta_2 z}.$$

Cette équation ne peut être satisfaite pour toutes les valeurs de z que si $\beta_1 = \beta_2$. Les constantes de phase doivent être identiques dans les deux milieux, c'est-à-dire que la phase des deux ondes doit se propager exactement à la même vitesse, ce qui est bien naturel. Puisqu'il en est ainsi nous pouvons supprimer les indices à ces deux quantités.

2° Pour $r = a$, les composantes tangentielles du champ magnétique à la surface de séparation doivent être les mêmes

$$(13) \quad A \frac{k}{\chi} A J_1(\chi a) = [B J_1(ka) + C Y_1(ka)].$$

3° Pour $r = b$, la paroi extérieure est conductrice et E_{2z} doit être partout nul

$$(14) \quad B J_0(kb) + C Y_0(kb) = 0.$$

Ces trois équations fournissent un système d'équations linéaires et homogènes en A , B , C ; elles n'auront de solutions acceptables, non nulles, que si elles sont compatibles, c'est-à-dire si le déterminant constitué par les coefficients de ces trois quantités est nul

$$(15) \quad \begin{vmatrix} J_0(\chi a) & -J_0(ka) & -Y_0(ka) \\ 0 & J_0(kb) & Y_0(kb) \\ \frac{k}{\chi} J_1(\chi a) & -J_1(ka) & -Y_1(ka) \end{vmatrix} = 0.$$

En développant par rapport aux éléments de la première colonne, on obtient

$$(16) \quad \frac{J_0(\chi a)}{J_1(\chi a)} = \frac{k}{\chi} \frac{Y_0(kb)J_0(ka) - Y_0(ka)J_0(kb)}{Y_0(kb)J_1(ka) - J_0(kb)Y_1(ka)},$$

Ici nous considérerons les conditions de propagation comme données, c'est-à-dire que la fréquence de fonctionnement et la vitesse de phase sont données par des conditions électroniques (vitesse des électrons à accélérer); il en résulte d'après les formules (5) que β , χ et k sont fixées :

$$(5') \quad \beta = \frac{\omega}{v}, \quad k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}, \quad \chi^2 = \omega^2 \left(\frac{1}{c^2} - \frac{1}{v^2} \right).$$

L'équation (16) définit alors une relation nécessaire entre a et b . Pour réaliser les conditions désirées, nous rapporterons les constantes de la région II (B et C) à celles de la région I (A) en posant

$$B = pA \quad \text{et} \quad C = qA.$$

(12), (13), (14) s'écrivent :

$$\begin{aligned} J_0(\chi a) &= p J_0(ka) + q Y_0(ka), \\ 0 &= p J_0(kb) + q Y_0(kb), \\ \frac{k}{\chi} J_1(\chi a) &= p J_1(ka) + q Y_1(ka) \end{aligned}$$

et, d'après l'identité mathématique,

$$Y_0(x)J_1(x) - Y_1(x)J_0(x) = \frac{2}{\pi x},$$

on a

$$\begin{aligned} p &= \frac{J_0(\chi a)Y_1(ka) - \frac{k}{\chi} J_1(\chi a)Y_0(ka)}{\frac{2}{\pi ka}}, \\ q &= \frac{J_0(\chi a)J_1(ka) - \frac{k}{\chi} J_1(\chi a)J_0(ka)}{\frac{2}{\pi ka}}. \end{aligned}$$

Les équations du champ dans le guide seront :

$$(17) \quad \left\{ \begin{aligned} E_{1z} &= A J_0(\chi r) e^{-j\beta z}, \\ E_{1r} &= j \frac{\beta}{\chi} A J_1(\chi r) e^{-j\beta z}, \\ H_{1\theta} &= j \frac{A}{\eta_0} \frac{k}{\chi} J_1(\chi r) e^{-j\beta z}; \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{Région I:} \\ &0 < r < a; \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{aligned} E_{2z} &= A [p J_0(kr) + q Y_0(kr)] e^{-j\beta z}, \\ H_{2\theta} &= j \frac{A}{\eta_0} [p J_1(kr) + q Y_1(kr)] e^{-j\beta z}, \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{Région II:} \\ &a < r < b, \end{aligned}$$

où

$$(18) \quad \left\{ \begin{aligned} p &= \frac{\pi}{2} \frac{k}{\chi} a [\chi J_0(\chi a) Y_1(ka) - k J_1(\chi a) Y_0(ka)], \\ q &= \frac{\pi}{2} \frac{k}{\chi} a [\chi J_0(\chi a) J_1(ka) - k J_1(\chi a) J_0(ka)]. \end{aligned} \right.$$

Les dimensions a et b étant liées aux valeurs choisies pour χ et k , par la condition :

$$(19) \quad \frac{\chi}{k} \frac{J_0(\chi a)}{J_1(\chi a)} = \frac{Y_0(kb)J_0(ka) - Y_0(ka)J_0(kb)}{Y_0(kb)J_1(ka) - J_0(kb)Y_1(ka)},$$

celle-ci peut être simplifiée en séparant les variables a et b :

$$\begin{aligned} \frac{\chi}{k} \frac{J_0(\chi a)}{J_1(\chi a)} &= \frac{\frac{Y_0(kb)}{J_0(kb)} - \frac{Y_0(ka)}{J_0(ka)}}{\frac{Y_0(kb)}{J_0(kb)} - \frac{Y_1(ka)}{J_1(ka)}} \frac{J_0(ka)}{J_1(ka)}, \\ (20) \quad \frac{Y_0(kb)}{J_0(kb)} &= \frac{\frac{\chi}{k} \frac{J_0(\chi a)}{J_1(\chi a)} \frac{Y_1(ka)}{J_1(ka)} - \frac{Y_0(ka)}{J_1(ka)}}{\frac{\chi}{k} \frac{J_0(\chi a)}{J_1(\chi a)} - \frac{J_0(ka)}{J_1(ka)}}. \end{aligned}$$

Cette forme (20) est pratique pour les calculs, puisque les quantités $\frac{J_0(s)}{Y_0(s)}$, $\frac{J_0(s)}{J_1(s)}$, $\frac{Y_1(s)}{J_1(s)}$ sont fournies par des tables [9].

Il est à noter que la constante A représente l'amplitude maxima du champ électrique le long de l'axe [$r = 0$ donne $J_0(\chi r) = 1$]. Si l'on désigne comme d'ordinaire cette dernière par E_0 , on a

$$A = E_0.$$

E_0 est lié à la puissance envoyée dans le guide. Celle-ci peut être évaluée en intégrant le vecteur de Poynting sur une section transversale du guide. Il est commode de faire l'intégration sur la surface d'un trou central, r variant de 0 à a , ce qui fait intervenir les champs de la région I seulement. (On ne considère toujours que la composante fondamentale.)

Soit P la puissance moyenne transmise :

$$(21) \quad P = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^{2\pi} E_r \cdot \bar{H}_\theta r d\theta dr,$$

H_θ étant la quantité conjuguée de H_θ

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} \int_0^a 2\pi \frac{E_0^2}{\eta_0} \frac{k}{\chi} \frac{\beta}{\chi} J_1^2(\chi r) r dr \\ &= \frac{\pi E_0^2}{\eta_0} \frac{k\beta}{\chi^2} \int_0^a J_1^2(\chi r) r dr. \end{aligned}$$

En utilisant la relation :

$$(22) \quad \int r J_n^2(\chi r) dr = \frac{r^2}{2} [J_n^2(\chi r) - J_{n-1}(\chi r) J_{n+1}(\chi r)],$$

on obtient :

$$(23) \quad P = \frac{\pi a^2}{2} \frac{E_0^2}{\eta_0} \frac{k\beta}{\chi^2} [J_1^2(\chi a) - J_0(\chi a) J_2(\chi a)].$$

Ainsi il est possible d'obtenir la valeur du champ maximum sur l'axe en fonction de la puissance moyenne circulant dans le guide.

$$(24) \quad E_0^2 = \frac{2P\gamma_0\chi^2}{\pi a^2 k \beta [J_1^2(\chi a) - J_0(\chi a)J_2(\chi a)]}.$$

Au chapitre III, cette formule nous permettra de déterminer la loi de variation du rayon (a) en fonction de z , nécessaire si l'on veut maintenir le champ constant le long de l'axe lorsque la hauteur de chaque encoche diminue; comme nous l'avons déjà signalé, cette complication est nécessaire pour que la vitesse de phase de l'onde reste égale à la vitesse des électrons qui augmente régulièrement d'un bout à l'autre du guide.

Il est intéressant d'établir la forme limite très simple de cette formule, valable lorsque la vitesse de l'onde devient très voisine de c .

Si v tend vers c , χ tend vers zéro, et près de la limite on a :

$$\lim_{\chi a \rightarrow 0} J_0(\chi a) \rightarrow 1, \quad \lim_{\chi a \rightarrow 0} J_1(\chi a) = \frac{\chi a}{2} \left(1 - \frac{\chi^2 a^2}{8}\right),$$

$$\lim_{\chi a \rightarrow 0} J_2(\chi a) = \frac{\chi^2 a^2}{8}.$$

On a donc si χ tend vers zéro

$$E_0^2 \rightarrow \frac{2P\gamma_0}{\pi a^2} \frac{\chi^2}{k\beta} \frac{1}{\frac{\chi^2 a^2}{8} \left(1 + \frac{\chi a}{2}\right)},$$

$$E_0^2 \rightarrow \frac{16P\gamma_0}{\pi k^2 a^4} \frac{1}{1 + \frac{\chi a}{2}}.$$

Or

$$\gamma_0 = 120\pi = 377\Omega, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda},$$

ce qui donne

$$(25) \quad E_0^2 = \frac{480\lambda^2 P}{\pi^2 a^4} \left(1 - \frac{\chi a}{2}\right)$$

qui se réduit pratiquement à :

$$(26) \quad E_0^2 = \frac{480\lambda^2}{\pi^2 a^4} P,$$

$$(27) \quad E_0 \neq \frac{6,98\lambda}{a^2} \sqrt{P}.$$

De même, la condition (20) prendra une forme plus simple lorsque χ tend vers zéro. $\frac{J_0(\chi a)}{J_1(\chi a)}$ tend vers $\frac{2}{\chi a}$ et (20) tend vers :

$$(28) \quad \frac{Y_0(kb)}{J_0(kb)} \rightarrow \frac{2Y_1(ka) - kaY_0(ka)}{2J_1(ka) - kaJ_0(ka)}.$$

Enfin, les équations (9) exprimant le champ

dans la région voisine de l'axe se simplifient beaucoup aussi lorsque v est voisin de c . Elles prennent la forme

$$(29) \quad \begin{cases} E_z = E_0 e^{-j\beta z}, \\ E_r = j \frac{kr}{2} E_0 e^{-j\beta z}, \\ H_\theta = j \frac{kr}{2} \frac{E_0}{\eta_0} e^{-j\beta z} = \frac{E_r}{\eta_0}. \end{cases}$$

La composante du champ électrique sur l'axe des z devient indépendante de r .

1.4. ÉTUDE GÉNÉRALE D'UN GUIDE ONDULÉ. —

La précision de ces formules est bonne, mais cependant insuffisante pour déterminer la construction d'un guide ondulé. Il serait possible d'augmenter la précision de cette étude en considérant l'ensemble des composantes de l'onde électromagnétique qui traversent le guide.

On pourra satisfaire ainsi d'une façon plus exacte aux conditions aux limites, mais la complication des calculs rend l'utilité des résultats ainsi obtenus, illusoire, et nous avons préféré compléter les indications de la théorie élémentaire par des mesures.

Néanmoins, il est encore utile de faire apparaître le rôle des corrugations réelles, qui contrairement à ce que nous avons supposé jusqu'ici sont en nombre fini : la périodicité ainsi créée se traduit par la naissance de modes harmoniques de l'onde fondamentale seule considérée jusqu'à présent.

Nous savons [théorème de Floquet ⁽¹⁾] que les champs électriques et magnétiques seront multipliés par une constante lorsque nous nous déplacerons le long de l'axe des z d'une période du guide ondulé. Écrivons cette constante sous la forme $e^{-\gamma'}$, où l' désigne la période du guide. La fonction $e^{-\gamma'z}$ a la propriété désirée; mais la fonction la plus générale jouissant de cette propriété revêt la forme du produit d'une fonction périodique de z de période l' par $e^{-\gamma'z}$. Cette fonction s'écrira sous la forme d'une série de Fourier dont les termes sont

$$e^{-j \frac{2\pi n z}{l'}}, \quad \text{où } n \text{ est un entier.}$$

Les champs pourront donc se mettre sous la forme d'une série dont les termes seront le produit de certains coefficients par les exponentielles

$$(31) \quad e^{(-\gamma - j \frac{2\pi n}{l'})z}.$$

(1) Pour une fréquence et un mode d'oscillation donnés dans un guide de structure périodique, la fonction d'onde est multipliée par une constante donnée quand on se déplace

Nous savons que la constante γ doit être imaginaire pure pour qu'il y ait propagation et en posant $\gamma = j\beta$ (31), s'écrit

$$(32) \quad e^{-j\left(\beta + \frac{2\pi n}{v}\right)z},$$

en posant

$$\beta_n = \beta + \frac{2\pi n}{v}$$

l'exponentielle devient

$$(33) \quad e^{-j\beta_n z}.$$

C'est le terme que nous avons précédemment où β a été remplacé par β_n . L'onde a alors la vitesse

$$v_n = \frac{\omega}{\beta_n}.$$

Ainsi l'onde électromagnétique existant réellement dans le guide peut être décomposée en une série d'ondes de vitesse v_n .

Nous savons déjà que seule l'onde dont la vitesse est très voisine de celle des électrons sert à l'accélération. En effet, le champ électrique le long de l'axe peut s'écrire :

$$(34) \quad E_z = \sum_n A_n e^{j(\omega t - j\beta_n z)}.$$

On a $\beta_n = \frac{\omega}{v_n}$ et si l'on désigne par v la vitesse de l'électron, on peut écrire $t = \frac{z}{v}$ puisque l'onde fondamentale accompagne l'électron. Il s'ensuit :

$$(35) \quad E_z = \sum_n A_n e^{j\omega z} \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v_n} \right).$$

On voit que les composantes partielles de E_z qui ont une vitesse v_n nettement différente de v , ont une valeur moyenne nulle sur une assez longue distance donc une action nulle en moyenne. Seul le fondamental a la valeur v désirable et peut servir à l'accélération. Les autres composantes n'auront de rôle important que dans l'établissement du champ. Les équations (9) s'écriront alors pour elles :

$$\begin{aligned} E_z &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n J_0(\gamma_n r) e^{-j\beta_n z}, \\ E_n &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} j \frac{\beta_n}{\gamma_n} A_n J_1(\gamma_n r) e^{-j\beta_n z}, \\ H_0 &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} j \frac{A_n}{\gamma_0} \frac{k}{\gamma_n} J_1(\gamma_n r) e^{-j\beta_n z}. \end{aligned}$$

le long du guide d'une période de celui-ci (cf. L. BRILLOUIN, *Propagation in periodic structures*).

De même, l'expression du champ dans les encoches peut être mise sous la forme d'une série de Fourier. Les conditions aux limites se traduisent comme précédemment, mais le déterminant obtenu a un nombre infini de termes. Deux auteurs (Walkinshaw [10] et Lewin [11]) ont envisagé le problème sous cet aspect en se limitant aux trois premiers modes.

Les calculs, même réduits à trois termes ne fournissent pas des résultats assez précis pour nous permettre de construire notre guide accélérateur.

De plus, nous n'avons jusqu'ici envisagé qu'un guide théorique dans lequel la vitesse de phase est constante. En réalité, à mesure que les électrons traversent l'accélérateur, leurs énergies augmentent et, par suite, leurs vitesses jusqu'à ce qu'ils aient atteint des vitesses voisines de celle de la lumière. Il est donc nécessaire de construire un guide dont les dimensions varient d'une extrémité à l'autre afin d'accorder d'une façon exacte la vitesse de phase à celle des électrons. Aucun calcul n'a encore été tenté, ni ne semble possible, pour décrire des conditions aussi compliquées.

Cette étude sera faite expérimentalement chapitre II.

1.5. PARAMÈTRES ÉNERGÉTIQUES DU GUIDE. LONGUEUR D'ATTÉNUATION. — *Vitesse de groupe* : v_g . — Dans le régime d'ondes progressives, nous définirons la vitesse de groupe comme dans un guide ordinaire par v_g tel que

$$(36) \quad v_g = c \frac{d\left(\frac{1}{\lambda_0}\right)}{d\left(\frac{1}{\lambda_g}\right)} = \frac{c^2}{c} \frac{d\lambda_0}{d\lambda_g},$$

où λ_g est la longueur d'onde dans le guide, λ_0 la longueur d'onde des ondes libres de fréquence f dans le vide, v_g la vitesse de propagation de l'énergie. Le flux d'énergie Σ traversant une section droite du guide par unité de temps sera le produit de v_g par la densité d'énergie par unité de longueur et si l'énergie totale W est contenue dans une longueur de guide l , on aura

$$v_g \frac{W}{l} = \Sigma.$$

Facteur de qualité Q du guide Q_0 . — Le guide ondulé fonctionnant en régime d'ondes stationnaires se comporte, comme toute autre cavité résonnante, et nous définirons le facteur de qualité Q du guide

ondulé en adaptant l'équation ordinaire de la manière suivante :

$$(37) \quad \frac{1}{Q_0} = \frac{\text{Énergie perdue par effet Joule par seconde}}{\omega \times \text{Énergie emmagasinée}} \\ = \frac{W_p}{\omega W};$$

ici, W_p est encore l'énergie dissipée, W l'énergie emmagasinée, mais nous évaluons ces énergies par unité de longueur. Autrement dit, la cavité étant très longue, nous négligeons les pertes aux extrémités pour ne considérer que les pertes latérales et nous faisons intervenir dans la formule au numérateur comme au dénominateur les pertes par unité de longueur, ce qui se montrera utile au paragraphe suivant.

Longueur d'atténuation. — La longueur d'atténuation sera la longueur d'un guide traversé par une onde progressive au bout de laquelle le rapport du flux de puissance à travers la section finale à celui à l'origine sera $\frac{1}{e}$.

Considérons une section du guide accélérateur parcourue par une onde progressive, Σ étant le flux de puissance à travers une section droite, W l'énergie emmagasinée par unité de longueur et W_p la puissance dissipée par unité de longueur, on aura :

$$(38) \quad \frac{\partial \Sigma}{\partial z} dz + W_p dz = 0.$$

Comme $\Sigma = v_g W$, on obtient

$$Q_0 = \frac{\omega \Sigma}{v_g W_p}, \quad W_p = \frac{\omega \Sigma}{v_g Q_0},$$

ce qui nous mène à :

$$(39) \quad v_g \frac{\partial \Sigma}{\partial z} + \frac{\omega}{Q_0} \Sigma = 0, \\ \frac{\partial \Sigma}{\Sigma} = - \frac{\omega}{Q_0 v_g} dz, \\ \Sigma = \Sigma_0 e^{-\frac{\omega}{Q_0 v_g} z} = \Sigma_0 e^{-\frac{z}{L}}.$$

La longueur d'atténuation sera donc :

$$(40) \quad L = \frac{Q_0 v_g}{\omega}$$

ou encore

$$L = \frac{Q_0}{2\pi} \frac{v_g}{c}.$$

Temps d'atténuation τ . — τ sera le temps durant lequel un observateur cheminant avec la vitesse

de l'énergie v_g , voit la densité d'énergie diminuer dans le rapport $\frac{1}{e}$. L'énergie pendant le temps dt , parcourt l'espace $dz = v_g dt$. Pour cela l'énergie doit parcourir la distance L avec la vitesse v_g ; elle met donc le temps τ :

$$(41) \quad \tau = \frac{Q_0}{\omega}.$$

Onde progressive et onde stationnaire. — Les grandeurs L et τ gardent un sens dans le régime d'ondes stationnaires : il suffit de décomposer l'onde stationnaire en deux ondes progressives cheminant en sens inverse. Il est facile de vérifier que dans ce cas particulier (ondes en sens inverse) les énergies s'ajoutent, on a

$$W = W_1 + W_2, \quad W_p = W_{p1} + W_{p2},$$

les indices 1 et 2 désignant les ondes partielles qui cheminent en sens inverse; les valeurs de L et τ attribuées à l'onde stationnaire sont alors celles qui caractérisent chacune des ondes composantes.

Calcul du flux de puissance. — L'énergie totale $\mathfrak{Q}$ dans le guide sera proportionnelle au produit de $\varepsilon_0 E_0^2$ (E_0 étant la valeur maximum du champ électrique) par son volume. Les dimensions linéaires du guide étant proportionnelles à λ , sauf la longueur, on pourra écrire $\mathfrak{Q}$ sous la forme :

$$(42) \quad \mathfrak{Q} = \varepsilon_0 E_0^2 p \lambda^2 l,$$

p étant une constante qui dépend de la répartition du champ à l'intérieur du guide; soit W_p la puissance dissipée par seconde dans le guide utilisé pour accélérer les électrons (puissance que nous supposons toujours être faible) :

$$Q_0 W_p = p \varepsilon_0 E_0^2 \lambda^2 l \omega.$$

L'énergie utilisée pour l'accélération des électrons pourrait n'être pas très faible devant l'énergie dissipée par effet Joule, mais nous ne considérerons pas ici ce cas étudié par Johnsen [12]; W_p sera pratiquement égal à l'énergie fournie au guide par seconde et en désignant cette dernière par W_0 on aura :

$$W_0 = \frac{p \varepsilon_0 E_0^2 \lambda^2 l \omega}{Q_0} \quad \text{ou} \quad E_0^2 = \frac{Q_0 W_0}{p \varepsilon_0 \lambda^2 \omega l},$$

$$\varepsilon \lambda \omega = 2\pi c \varepsilon = 2\pi \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} = \frac{2\pi}{\tau_{10}}.$$

Posons

$$(43) \quad \tau = \frac{1}{\sqrt{2\pi p}}, \\ E_0 = \tau \sqrt{\tau_{10}} \sqrt{\frac{W_0}{l}} \sqrt{\frac{Q_0}{\lambda}}.$$

Ainsi le champ accélérateur est proportionnel à la racine carrée de la puissance fournie au guide et à celle de la qualité du résonateur; enfin, elle varie aussi comme $\sqrt{\frac{1}{\lambda}}$.

Comparaison avec le guide à ondes progressives. — Si l'appareil était à ondes progressives, la formule (43) ne serait plus vraie. L'énergie fournie au guide serait en partie perdue par effet Joule et en partie dissipée dans une charge sans réflexion à la sortie.

On aurait alors :

W_0 = pertes Joule + flux de puissance dans la terminaison.

$$\text{Pertes Joules} = \frac{\omega W}{Q_0}.$$

$$\text{Flux de puissance} = v_g \frac{W}{l};$$

$$W_0 = \frac{\omega \Re Q}{Q_0} + v_g \frac{\Re Q}{l} = \frac{\omega \Re Q}{Q_0} \left(1 + \frac{v_g Q_0}{\omega l} \right).$$

Introduisons L longueur d'atténuation donnée par (40)

$$W_0 = \frac{\omega \Re Q}{Q_0} \left(1 + \frac{L}{l} \right)$$

et le champ correspondant à l'alimentation à puissance W_0 de l'accélérateur à ondes progressives s'écrira, en procédant à partir de cette nouvelle expression de W_0 , comme précédemment

$$(44) \quad E = \sigma \sqrt{\eta_0} \sqrt{\frac{W_0}{l}} \sqrt{\frac{Q_0}{\lambda_0}} \sqrt{\frac{l}{l+L}}.$$

En comparant (44) et (43), nous voyons que pour une même puissance W_0 fournie au guide donné, le champ accélérateur est plus grand lorsque l'appareil fonctionne en ondes stationnaires; elle fournit une tension d'accélération supérieure à celle obtenue dans le fonctionnement en ondes progressives tant que l'appareil est court, c'est-à-dire que sa longueur l est sensiblement plus petite que L longueur d'atténuation.

Liaison entre σ et la valeur moyenne du champ électrique dans le guide. — Posons $\langle E^2 \rangle$ la valeur moyenne du carré de l'amplitude du champ électrique à l'intérieur du résonateur et calculons $\Re Q$ énergie totale emmagasinée en fonction de $\langle E^2 \rangle$.

La densité d'énergie aux instants

$$t_1, \quad t_2 = t_1 + \frac{T}{2}, \quad t_3 = T_1 + \frac{T}{2},$$

où l'énergie n'est présente que sous la forme électrique est en chaque point $\frac{\varepsilon_0 E^2}{2}$.

L'énergie totale aux mêmes instants, est suivant la définition de la valeur moyenne

$$(45) \quad \Re Q = \frac{\varepsilon \langle E^2 \rangle}{2} V,$$

V étant le volume du résonateur.

Négligeant l'épaisseur des cloisons, on a

$$V = \pi b^2 l$$

d'où

$$(46) \quad \Re Q = \pi b^2 l \frac{\varepsilon_0 \langle E^2 \rangle}{2}.$$

Comparons à l'équation (42) qui définit p :

$$\Re Q = \varepsilon_0 E_0^2 p \lambda^2 l,$$

on obtient

$$p = \frac{\pi b^2}{2 \lambda^2} \frac{\langle E^2 \rangle}{E_0^2}.$$

On en déduit $\left(\sigma = \frac{1}{\sqrt{2 \pi \varepsilon}} \right)$.

$$(47) \quad \sigma = \frac{\lambda}{\pi b} \frac{E_0}{\sqrt{\langle E^2 \rangle}}.$$

L'intérêt de cette formule est que le quotient $\frac{E_0}{\sqrt{\langle E^2 \rangle}}$ nous sera fourni par les mesures; on pourra donc en déduire la valeur de la constante de forme σ .

2. Mouvement longitudinal des électrons.

2.1. COMPOSANTE ACTIVE DU CHAMP. — Les électrons suivent un chemin assez voisin de l'axe pour qu'il soit possible de remplacer dans les équations (20) du champ $J_1(\chi r)$ et $J_0(\chi r)$ par le premier terme de leur développement limite; nous montrerons, en effet, dans le paragraphe suivant qu'une focalisation magnétique auxiliaire donne un moyen commode de maintenir les électrons au voisinage de l'axe. Ainsi nous n'aurons à considérer ici que le mouvement longitudinal suivant Oz .

Dans ce cas, le seul champ accélérateur est :

$$(48) \quad E_z = E_0 J_0(\chi r) e^{-j(\beta z - \omega t)}$$

et comme $J_0(\chi r) = 1$, nous avons, en termes réels :

$$E_z = E_0 \cos(\beta z - \omega t), \quad \beta = \frac{2\pi}{\lambda_g} = \frac{\omega}{v},$$

v étant la vitesse de phase

$$(49) \quad E_z = E_0 \cos \omega \left(\frac{z}{v} - t \right).$$

Dans le cas où v est constant, nous avons vu que seule la composante fondamentale du champ avait une influence accélératrice, celles des autres

s'annulant sur une période. Nous considérerons le mouvement d'une particule le long de Oz soumise au seul champ accélérateur :

$$E_z = E_0 \cos \omega \left(\frac{z}{v} - t \right).$$

Le problème revient ainsi à l'étude du mouvement d'un électron accéléré par une onde plane (E fonction de z et de t seulement), monochromatique (t n'intervient que par un terme en cosinus) et peut être alors résolu.

2.2. PARTICULES IMMOBILES RELATIVEMENT A L'ONDE. — Nous supposons que le guide accélérateur :

a. Produit une amplitude de champ E_0 constante tout le long de l'axe;

b. Qu'il est construit de manière que l'onde ait une vitesse de phase variable d'une extrémité à l'autre, de façon à accompagner un certain groupe de particules au cours de l'accélération sans les dépasser, ni les laisser prendre d'avance;

Le groupe de particules privilégiées que nous envisageons sera appelé groupe immobile par rapport à l'onde.

On peut choisir la construction pour que ce groupe ait une position initiale (et, par conséquent, finale) arbitraire par rapport à la crête de l'onde prise pour origine, dans un certain domaine limité. Nous allons d'abord établir la loi du mouvement du groupe immobile relativement à l'onde, dans un référentiel fixe.

L'énergie acquise par un électron ayant traversé une longueur z du guide accélérateur est Ez . Le théorème des forces vives nous donne alors :

$$(50) \quad Ez = T - T_0,$$

T et T_0 étant les énergies cinétiques à la cote z et à l'entrée du guide ($z = 0$). Nous poserons

$$(51) \quad T_0 = Ez_0, \quad z + z_0 = l_1, \quad \frac{m_0 c^2}{eE} = s$$

et l'expression relativiste de T fournit alors :

$$(52) \quad El_1 = \frac{m_0 c^2}{e} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right),$$

soit

$$(53) \quad \frac{l_1}{s} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1, \quad \text{d'où} \quad \frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{\left(\frac{l_1}{s} + 1 \right)^2},$$

$$\frac{v}{c} \frac{dz}{dt} = \left[1 - \frac{1}{\left(\frac{l_1}{s} + 1 \right)^2} \right]^{\frac{1}{2}},$$

équation qui s'intègre en

$$\int c dt = \int \frac{dl_1}{\sqrt{1 - \frac{s^2}{(l_1 + s)^2}}},$$

soit

$$\frac{c(t + t_0)}{s} = \left[\left(\frac{l_1}{s} + 1 \right)^2 - 1 \right]^{\frac{1}{2}},$$

t_0 étant une constante.

En résolvant cette équation en l_1 , nous obtenons :

$$l_1 = z + z_0 = \sqrt{s^2 + c^2(t + t_0)^2} - s.$$

La loi du mouvement des particules immobiles par rapport à l'onde sera :

$$(54) \quad z + z_0 = \sqrt{\frac{m_0 c^2}{e^2 E^2} + c^2(t + t_0)^2} - \frac{m_0 c^2}{eE}.$$

2.3. MOUVEMENT DES ÉLECTRONS ENTRAÎNÉS PAR L'ONDE ET EN MOUVEMENT OSCILLANT PAR RAPPORT A ELLE. — Considérons deux groupes d'électrons, le groupe B qui se déplace avec la vitesse de l'onde et un groupe F dont la phase est voisine de B à un instant donné. Étudions tout d'abord le mouvement du groupe F par rapport au groupe B . Si φ_F et φ_B désignent les phases de ces groupes d'électrons, les équations de leur mouvement seront :

$$(55) \quad \frac{d}{dt} m_L \frac{dz_F}{dt} = e E_{z_F},$$

$$(56) \quad \frac{d}{dt} m_L \frac{dz_B}{dt} = e E_{z_B},$$

où m_L est la masse relativiste longitudinale :

$$m_L = \frac{m_0}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{\frac{3}{2}}}$$

F et B étant voisins et ayant des vitesses voisines, on a :

$$(57) \quad \frac{d}{dt} m_L \frac{d(z_F - z_B)}{dt} = e(E_{z_F} - E_{z_B}).$$

En première approximation, on aura

$$E_{z_F} = E_{z_B} + (z_F - z_B) \left(\frac{\partial E_z}{\partial z} \right)_B + \dots$$

En posant

$$(58) \quad z_F - z_B = U \quad \text{et} \quad \varphi_B = \omega \left(\frac{z_B}{v} - t \right),$$

$$\frac{d}{dt} m_L \frac{dU}{dt} = e \left(\frac{\partial E_z}{\partial z} \right)_B U,$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = -\frac{\omega}{v} E_0 \sin \omega \left(\frac{z}{v} - t \right) = -\frac{\omega}{v} E_0 \sin \varphi_B U,$$

$$(59) \quad \frac{d}{dt} \left(m_L \frac{dU}{dt} \right) = -\frac{e\omega}{v} E_0 \sin \varphi_B U.$$

Nous étudierons ainsi le mouvement d'un électron voisin d'un électron de mouvement stable, ce qui revient à étudier le mouvement des électrons autour d'une position stable.

Pour résoudre l'équation (59), nous considérerons successivement :

1° m et $\frac{e\omega}{v} E_0 \sin(\varphi_B)$ comme constants, ce qui correspond à un guide accélérateur dans lequel la vitesse de phase de l'onde hyperfréquence est constante et éloignée des vitesses relativistes;

2° m constant et $\frac{e\omega}{v} E_0 \sin(\varphi_B)$ lentement variable, c'est-à-dire un guide accélérateur comme celui que nous employons, mais dans la partie relative aux vitesses éloignées de celle de la lumière.

3° m et $\frac{e\omega}{v} E_0 \sin(\varphi_B)$ lentement variables.

On supposera que E_0 est constant tout le long du guide.

a. Étude du mouvement relatif avec m et $\frac{e\omega}{v} E_0 \sin(\varphi_B)$ constants. — Le mouvement est déterminé par une équation de la forme :

$$(60) \quad m \frac{d^2 U}{dt^2} + cU = 0.$$

Cette équation n'est autre que l'équation du pendule. L'élongation est donnée par

$$(61) \quad U = z_0 \cos(\omega t - \varphi),$$

avec

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{m}} \quad \text{et} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c}}.$$

Nous nous servons de cette analogie pour décrire le mouvement. Nous prévoyons ainsi que lorsque l'écart de phase entre le groupe de phase stable B et le groupe mobile considéré reste faible, celui-ci est animé d'un mouvement oscillatoire de petite amplitude dont la fréquence est indépendante de celle-ci; c'est l'isochronisme des petites oscillations.

Lorsque l'amplitude augmente et que l'on accélère des électrons dont la phase initiale est éloignée de la phase des électrons stables B , le mouvement reste oscillatoire, la période n'est plus constante. Enfin lorsque cette amplitude augmente encore, on atteint une valeur pour laquelle l'électron après être passé par une position instable s'éloigne indéfiniment de l'électron stable (ceci correspond au cas de la rotation dans le pendule). Ainsi, si l'on injecte les électrons durant toute une période,

c'est-à-dire si leurs phases initiales sont régulièrement distribuées sur un intervalle égal à 2π , il n'y en aura qu'un certain nombre qui seront accélérés et ils seront groupés autour de l'électron dont la phase initiale correspond à B .

b. Étude du mouvement relatif pour m constant et $\frac{e\omega}{v} E_0 \sin(\varphi_B)$ lentement variable. — Cette équation est de la forme :

$$(62) \quad \frac{d^2 U}{dt^2} + f(t)U = 0.$$

Nous tenons compte maintenant de la variation de v le long du guide, ce qui introduit une fonction de $f(t)$ au lieu de la constante envisagée. Les équations de ce type ont été étudiées simplement par Jeffreys [13] à propos de l'équation de Schrödinger en faisant un certain nombre d'hypothèses restrictives sur $f(t)$. On admet essentiellement que $f(t)$ varie lentement avec t ; la condition précise de lenteur apparaîtra au cours de la discussion.

Écrivons les solutions de la forme $U = e^{i\alpha(t)}$; $\alpha(t)$ doit être solution de

$$(63) \quad \frac{j}{dt^2} \frac{d^2 z}{dt^2} - \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 + f(t) = 0,$$

Équation que nous résoudrons par approximations successives, en supposant que $\alpha(t)$ est une fonction lentement variable de t de façon à avoir

$$z'' = z',$$

la solution s'écrit :

$$\alpha = \pm \int_{t_0}^t \sqrt{f} dt;$$

en substituant cette valeur dans l'équation (63) dans le terme $\frac{d^2 z}{dt^2}$, on a :

$$\left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 = f(t) \pm j \frac{d}{dt} f^{\frac{1}{2}}$$

et comme $\frac{df}{dt}$ est petit vis-à-vis de f , on a :

$$(64) \quad \frac{dz}{dt} = \pm \sqrt{f(t)} + \frac{1}{2} j \frac{1}{\sqrt{f(t)}} \frac{d}{dt} \sqrt{f(t)},$$

$$\alpha = \pm \int_{t_0}^t \sqrt{f(t)} dt + \frac{1}{2} j \log \sqrt{f(t)},$$

d'où :

$$U = e^{j\alpha(t)}$$

$$= \frac{c}{f(t)^{\frac{1}{2}}} e^{\pm j \int_{t_0}^t \sqrt{f(t)} dt}.$$

En explicitant $f(t)$:

$$f(t) = \frac{e\omega}{m_L v} E_0 \sin(\varphi_B)$$

et en prenant la partie réelle, C et δ étant des constantes définies par les conditions initiales, on obtient :

$$(65) \quad U = \frac{C}{\left[\frac{e\omega}{m_L v} E_0 \sin(\varphi_B) \right]^{\frac{1}{2}}} \times \cos \left[\int_{t_0}^t \sqrt{\frac{e\omega}{m_L v}} E_0 \sin(\varphi_B) dt + \delta \right].$$

Il est intéressant d'étudier les conditions de validité de l'hypothèse que nous avons faite. La condition est

$$\alpha'' \ll \alpha'^2, \quad \text{soit} \quad \frac{\alpha''}{\alpha'^2} \ll 1, \quad \text{soit} \quad \frac{d}{dt} \frac{1}{\alpha'} \ll 1;$$

en substituant à α' , sa valeur obtenue dans la première approximation, on a :

$$\frac{d}{dt} \frac{1}{\alpha'} = \frac{d}{dt} \frac{1}{\sqrt{f(t)}} \ll 1.$$

Négligeons la variation de m_L avec t et prenons les valeurs les plus défavorables pour l'inégalité dans un cas pratique typique :

$$\frac{d}{dt} \frac{1}{\sqrt{f(t)}} = \frac{d}{dt} \frac{\sqrt{2 m_L v}}{\sqrt{e \omega E_0}} = \sqrt{\frac{2 m_0 c^2}{e E_0 \times 0,03 \omega}} \frac{v}{c} \frac{d}{dt} \frac{v}{c},$$

$$\frac{d}{dt} \frac{1}{\sqrt{f(t)}} \neq 2 \cdot 10^{-19} \times \frac{dv}{dt}.$$

Si l'on admettait que les électrons sont accélérés depuis zéro à c dans le temps mis pour traverser l'accélérateur d'une façon linéaire, on aurait

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{3 \cdot 10^{10} \times 3 \ 000 \cdot 10^6}{5} = 2 \cdot 10^{19}.$$

Ainsi dans le cas le plus défavorable, nous avons supposé que l'amplitude des oscillations était égale à la longueur de l'accélérateur, l'expression est de l'ordre de 1 et dans les cas pratiques que nous envisagerons dans la suite on peut admettre que l'hypothèse faite mène à un ordre de grandeur acceptable du résultat (vitesse initiale, 20 kV; $\frac{v}{c} = 0,27$ dans un cas et 80 kV, $\frac{v}{c} = 0,5$ dans l'autre).

L'équation (65) nous donne encore un mouvement oscillatoire autour de B ; il n'est plus purement sinusoïdal, mais les phénomènes gardent

l'allure générale que nous avons décrite précédemment :

L'amplitude des oscillations devient

$$C \left[\frac{e\omega}{m_L v} E_0 \sin(\varphi_B) \right]^{-\frac{1}{2}}$$

et leur fréquence instantanée :

$$\omega' = \left[\frac{e\omega}{m_L v} E_0 \sin(\varphi_B) \right]^{\frac{1}{2}}.$$

c. *Étude du mouvement relatif dans le cas général.*

— On considère maintenant la variation de m_L avec le mouvement : l'équation générale du mouvement est :

$$(66) \quad \frac{d}{dt} m_L \frac{dU}{dt} = - \frac{e\omega}{c} E_0 \sin \varphi_B U,$$

d'où en posant

$$(67) \quad \psi(t) = \frac{e\omega}{c} E_0 \sin \varphi_B,$$

$$(68) \quad \frac{d}{dt} m_L \frac{dU}{dt} + \psi(t) U = 0.$$

Nous utiliserons les mêmes procédés d'approximation que précédemment en supposant m_L lentement variable. Cherchons une solution de la forme :

$$(69) \quad \begin{cases} U = e^{j\alpha(t)}, \\ \frac{dU}{dt} = j\alpha'(t) e^{j\alpha(t)}; \end{cases}$$

$\alpha(t)$ doit être solution de :

$$\frac{d}{dt} j m_L \alpha'(t) e^{j\alpha(t)} + \psi(t) e^{j\alpha(t)} = 0,$$

soit

$$(70) \quad j\alpha''(t) - \alpha'^2(t) + j \frac{m_L'}{m_L} \alpha'(t) + \frac{\psi(t)}{m_L} = 0.$$

Nous obtenons une équation de la même forme que l'équation (63) avec un terme supplémentaire $j \frac{m_L'}{m_L} \alpha'(t)$ qui fait intervenir la variation de la masse longitudinale durant le mouvement. La variation de ce terme est lente puisqu'on envisage le mouvement du groupe d'électrons autour de sa position moyenne.

Nous avons

$$\alpha_{(t)}' = \frac{\psi(t)}{m_L},$$

$$\alpha_{(t)}' = \sqrt{\frac{\psi(t)}{m_L}},$$

En substituant dans l'équation (70), nous obtenons

$$(71) \quad \left(\frac{dz(t)}{dt} \right)^2 = \frac{\psi(t)}{m_L} + j \frac{m'_L}{m_L} \sqrt{\frac{\psi(t)}{m_L}} + j \frac{d}{dt} \left(\frac{\psi(t)}{m_L} \right)^{\frac{1}{2}},$$

soit en faisant les approximations ordinaires :

$$(72) \quad \frac{dz(t)}{dt} = \sqrt{\frac{\psi(t)}{m_L}} + \frac{j}{2} \frac{m'_L}{m_L} + \frac{j}{4} \left[\frac{\left(\frac{\psi(t)}{m_L} \right)'}{\frac{\psi(t)}{m_L}} \right],$$

d'où

$$(73) \quad \alpha(t) = \pm \int_{t_0}^t \sqrt{\frac{\psi(t)}{m_L}} dt + \frac{j}{4} \text{Log} \frac{\psi(t)}{m_L} + \frac{j}{2} \text{Log} m_L \\ = \pm \int_{t_0}^t \sqrt{\frac{\psi(t)}{m_L}} dt + j \text{Log} \left[\frac{\psi(t)}{m_L} \right]^{\frac{1}{4}},$$

soit

$$(74) \quad U = e^{j\alpha(t)} = \frac{C}{\left[\frac{\psi(t)}{m_L} \right]^{\frac{1}{4}}} e^{\mp j \int \sqrt{\frac{\psi(t)}{m_L}} dt + \delta},$$

C et δ étant des constantes d'intégration.

$$(75) \quad U = \frac{C}{\left[\frac{e\omega m_L}{v} E_0 \sin \varphi_B \right]^{\frac{1}{4}}} \\ \times \cos \left[\int_{t_0}^t \sqrt{\frac{e\omega}{m_L v} E_0 \sin(\varphi_B)} dt + \delta \right].$$

Nous avons donc encore un mouvement oscillatoire autour de B . L'amplitude de ce mouvement est

$$(76) \quad C \left[\frac{e\omega m_L}{v} E_0 \sin \varphi_B \right]^{-\frac{1}{4}},$$

$\sin \varphi_B$ restant toujours plus petit que 1 et E_0 étant maintenu constant tout le long de l'axe par construction, l'amplitude varie essentiellement comme

$$\left(\frac{m_L \omega}{v} \right)^{-\frac{1}{4}}, \quad \text{soit} \quad \left(\frac{m_L}{\lambda_g} \right)^{-\frac{1}{4}}$$

ou encore

$$\left[\frac{m_0 \omega}{v \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{\frac{3}{2}}} \right]^{\frac{1}{4}}.$$

Nous voyons que l'amplitude diminuera au fur et à mesure que l'énergie augmentera et que v tendra vers c .

La fréquence des petites oscillations est :

$$(77) \quad \omega' = \left[\frac{e\omega}{m_L v} E_0 \sin(\varphi_B) \right]^{\frac{1}{2}} \\ = \left[\frac{e\omega}{m_0 v} \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{\frac{3}{2}} E_0 \sin(\varphi_B) \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Elle diminue lorsque la vitesse augmente et s'annulera pour $v = c$. Lorsque v s'approche de c , il est bien clair que tout mouvement oscillatoire devient impossible puisque l'électron ne peut jamais aller à une vitesse supérieure à celle de la lumière. Pour 0,8 c et $E_0 = 30\,000$ V/cm, la fréquence des oscillations sera de l'ordre de 500 Mc/s.

2.4. ÉTUDE QUALITATIVE DE L'ENTRAÎNEMENT DES ÉLECTRONS DANS LE MOUVEMENT ABSOLU. — Les études précédentes auraient pu nous fournir des renseignements sur ce point, si nous avions pu résoudre les équations originales du problème : il nous aurait alors suffi de déterminer les valeurs des paramètres initiaux (phase initiale de départ, vitesse initiale) qui donnent une amplitude infinie aux mouvements d'oscillations, ces valeurs auraient délimité les zones à l'intérieur desquelles doivent se trouver les paramètres initiaux pour que les électrons soient entraînés par l'onde; ces électrons sont naturellement caractérisés par une amplitude finie des oscillations étudiées au paragraphe précédent. Malheureusement, alors, nous avons dû abandonner toute solution rigoureuse du problème réel et nous contenter de raisonner sur des données simplifiées, nous avons résolu un problème « tangent » au problème réel. L'approximation n'est bonne qu'aux environs immédiats de la phase stable, par construction; là elle donne correctement l'amplitude et la période d'oscillation; au contraire, lorsqu'on s'éloigne des conditions valables pour le groupe de phase stable, les données des deux problèmes, le réel, et son image approchée s'écartent beaucoup et en particulier à la frontière des zones de stabilité, notre approximation ne vaut plus rien. Il faut alors avoir recours à un autre raisonnement : le calcul numérique du problème complet est possible, mais nous nous contenterons ici d'un raisonnement qualitatif, qui nous donne un ordre de grandeur acceptable de l'efficacité du dispositif; il faudrait évidemment recourir au calcul numérique détaillé si l'on voulait prévoir quantitativement la forme du spectre d'énergie obtenu.

Nous considérons donc maintenant le mouvement absolu des électrons par rapport à un référentiel fixe lié au guide accélérateur.

Nous négligeons encore les ondes qui n'ont pas une vitesse voisine de celle de l'électron puisqu'elles ont une influence moyenne nulle; elles produisent seulement des perturbations aux oscillations autour de la position moyenne des groupes d'électrons. Considérons alors le champ E_z (fig. 5). Examinons d'abord le cas simple où ce champ se déplace à une vitesse de phase constante, la position stable du groupe

d'électrons sera alors une position telle que D par rapport à la crête de l'onde, l'électron ayant à la fois la vitesse de l'onde et cette position, ne sera soumis à aucune force et conservera cette vitesse. Son mouvement est stable, car si nous le supposons retardé il prendra une position telle que D' par rapport à la crête de l'onde; il trouvera donc un champ accélérateur dont l'influence corrigera les effets de l'accident. Si inversement il est accéléré accidentellement, il passera en une position D'' , où l'effet de l'onde sera de le retarder, donc encore de réparer l'accident. Cette position est stable, mais ce premier exemple est trop simple puisque l'électron se déplace d'un mouvement uniforme et ne subit aucune accélération. Un système de ce genre ne pourrait pas constituer un accélérateur.

Supposons maintenant que la vitesse de phase dans le guide soit variable suivant la loi — réalisable comme nous l'avons vu — qui oblige l'onde à accompagner les électrons uniformément accélérés. Dans ce cas, un groupe d'électrons pourra encore rester dans une position de phase stable par rapport à la crête de l'onde à condition qu'il possède une phase initiale comprise entre $-\frac{\pi}{2}$ et $+\frac{\pi}{2}$, le zéro des phases étant compté à la crête positive de l'onde. Considérons donc une onde sinusoïdale telle celle que représente la figure 5 (E_0 , champ maximum) pour laquelle la phase des groupes d'électrons en équilibre par rapport à l'onde accélératrice correspondra soit au point B, soit au point C. Il suffit pour cela que le champ constant E_1 choisi pour calculer le point accéléré du groupe stable soit inférieur à E_0 et soit représenté par l'ordonnée commune de B et C.

Étudions encore la stabilité de ces positions. Le raisonnement est le même que précédemment. En B, si l'électron acquiert une vitesse supérieure à celle de l'onde, il trouvera automatiquement un champ accélérateur plus faible et sera retardé par rapport aux électrons B. De même s'il est freiné, il trouvera un champ plus élevé et reprendra la position B qui est une position stable.

Au contraire C est à une position instable pour des raisons analogues :

En C si l'électron acquiert une vitesse supérieure à celle de l'onde, il se trouve dans un champ accélérateur plus élevé et sa vitesse augmente encore si bien qu'il s'éloigne de sa position initiale. De même s'il est freiné, il trouvera un champ plus faible et s'éloignera encore de C.

Nous pourrions donc choisir une position de

phase stable quelconque comprise entre 0 et $\frac{\pi}{2}$, par rapport à la crête de l'onde hyperfréquence. Plus la position de phase stable sera voisine de la crête A et plus l'accélération sera élevée pour une même longueur, mais malheureusement aussi, moins nombreux seront les électrons entraînés.

Étudions, en effet, le mouvement des électrons dont la phase d'injection est différente de celle de B.

Nous avons vu précédemment qu'un groupe d'électrons voisins du groupe B aurait un mouvement oscillatoire autour de B lors du mouvement général de translation. Il existe donc un intervalle de phase pour lequel les électrons seront accélérés.

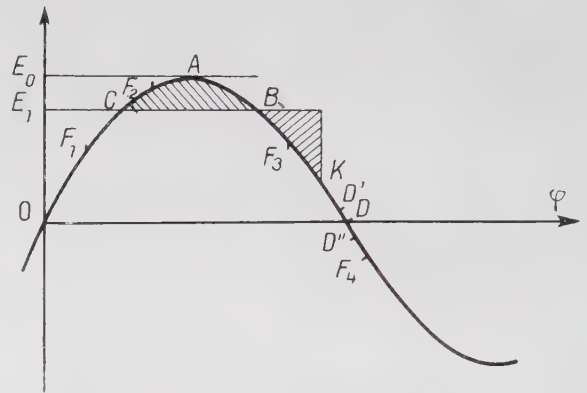


Fig. 5. - Champ accélérateur E .

Soit F un groupe d'électrons de ce genre; nous allons faire varier leur phase d'injection par rapport à celle de l'onde prise comme référentiel.

1° F entre 0 et C. Position F_1 : le groupe est dans un champ accélérateur inférieur à E_1 , l'onde se déplace plus vite que lui et sa phase diminue; il est perdu.

2° F entre C et B. Position F_2 : le groupe est dans un champ accélérateur supérieur à E_1 , il tend donc à aller plus vite que l'onde et sa phase relative par rapport à celle-ci augmentera en valeur algébrique. F se déplacera dans la direction de B.

Il est intéressant de déterminer la position maximum qu'occupera au delà de B le groupe d'électrons situé initialement en C.

Nous appellerons K le point limite qu'ils atteignent et qui joue un rôle important.

La force agissant sur le groupe d'électrons dans son mouvement relatif est $e(E_F - E_{\infty})$, elle est proportionnelle à la différence des ordonnées des points F et B sur la figure 5. Les abscisses étant proportionnelles aux déplacements réels, les aires limitées à la courbe, l'horizontale passant par B

et la verticale de F, seront proportionnelles au travail correspondant au mouvement relatif de F autour de B.

Dans les deux demi-oscillations, le travail étant le même, un groupe d'électrons F dont la phase initiale est légèrement supérieure à C atteindra une position K telle que les deux aires hachurées de la figure 5 soient égales.

En particulier, K sera déterminé en appliquant cette remarque au point C par la condition que les aires hachurées soient égales.

3° F entre B et K. Position F₃ : le groupe est dans un champ accélérateur inférieur à E₁, il perd donc son avance de phase sur B et tendra vers B en effectuant un mouvement oscillatoire autour de B.

4° F au delà de K. Position F₄ : le groupe est encore dans un champ accélérateur inférieur à E₁, il perd son avance de phase en se rapprochant de B, mais la force de rappel est assez forte pour lui faire dépasser la position C, comme on le voit par un raisonnement analogue à celui du paragraphe précédent. Il est alors dans un champ retardateur et est définitivement perdu pour l'onde.

Ainsi nous voyons que si nous réglons le guide accélérateur pour que l'onde accompagne les électrons B accélérés par le champ E₁, tous les groupes d'électrons dont la phase par rapport à l'onde est comprise entre φ_C et φ_K seront accélérés.

Il apparaît ainsi que plus E₁ sera faible et plus le nombre d'électrons accélérés sera grand.

Le but de notre appareil d'étude étant surtout d'obtenir des électrons accélérés à des valeurs élevées, nous avons choisi de prendre E₁ voisin de E₀.

E₁ étant déterminé, le mouvement des divers groupes d'électrons dont la phase est comprise entre φ_C et φ_K apparaît comme un mouvement de translation auquel se superpose un mouvement oscillatoire autour de leur position moyenne dont l'amplitude ira en diminuant au fur et à mesure que leurs énergies augmenteront, parce que la masse relativiste m_r augmente et qu'en conséquence les amplitudes diminuent. Si l'accélérateur est long, tous les groupes tendront vers une position telle que B par rapport à l'onde et l'accélération pourra être considérée comme celle d'un faisceau d'électrons à phase d'injection constante.

Dans notre réalisation qui est courte, le regroupement n'a pas le temps de se faire et l'on obtient à la sortie des électrons dont les énergies varient sur tout un intervalle : on observe un spectre d'énergie, comme nous le décrirons en détail par la suite.

3. Mouvement transversal des électrons.

3.1. FORCE DÉFOCALISATRICE. — Nous n'avons jusqu'ici considéré que le mouvement axial des électrons en supposant qu'ils restaient au voisinage de l'axe, mais la présence d'un champ électrique et magnétique soumet les électrons à des forces radiales.

En appelant $\vec{B}$ le vecteur induction magnétique, nous avons

$$(78) \quad \vec{F} = e \cdot \vec{E} + e \cdot \vec{u} \wedge \vec{B},$$

$\vec{u}$ étant la vitesse de l'électron, donc

$$(79) \quad F_r = e \cdot E_r - eu B_0.$$

Les champs E_r et B₀ sont donnés par les équations (80) et (81), où nous écrivons E₀ au lieu de A comme nous l'avons obtenu :

$$(80) \quad E_r = j \frac{\beta}{\chi} E_0 J_1(\chi r) e^{-j\beta z + j\omega t},$$

$$(81) \quad B_0 = \mu_0 H_0 = \mu_0 j \frac{E_0}{\eta_0} \frac{k}{\chi} J_1(\chi r) e^{-j\beta z + j\omega t}$$

et comme $\frac{\mu_0}{\eta_0} = \frac{1}{c}$,

$$(82) \quad B_0 = j \frac{1}{c} \frac{k}{\chi} A J_1(\chi r) e^{-j\beta z + j\omega t};$$

finalement en tenant compte des relations (5) entre β, χ et K :

$$(83) \quad B_0 = \frac{v}{c^2} E_r.$$

Il en résulte

$$(84) \quad F_r = e E_r \left(1 - \frac{uv}{c^2} \right).$$

Dans le cas où la vitesse de phase est égale à celle de l'électron comme nous le supposons u = v

$$(85) \quad F_r = e E_r \left[1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2 \right],$$

E_r varie avec z; mais nous envisageons seulement son action sur les électrons B, qui se déplacent à la même vitesse que l'onde et ceux-ci se trouvent toujours soumis au même champ E_r, d'un bout à l'autre de leur trajectoire. Au premier ordre, les équations de Maxwell donnent :

$$(86) \quad E_r = - \frac{r}{2} \frac{\partial E_z}{\partial z}.$$

Pour les électrons B de phase stable, la figure 5 montre que l'on a toujours :

$$(87) \quad \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0,$$

Ainsi lorsque les électrons ont une phase convenable pour être accélérés, nous aurons toujours une force défocalisante :

$$E_r > 0.$$

Autrement dit, la force radiale agissant sur des électrons accélérés les écarte toujours de l'axe, et cette loi est une conséquence directe de la condition $uv < c$; lorsque la vitesse commune de l'onde et des électrons se rapproche de c , la force défocalisante tend vers zéro.

3.2. CALCUL DU RAYON DU FAISCEAU D'ÉLECTRONS ACCÉLÉRÉS. — La force radiale F_r est proportionnelle à la distance radiale r comme le montre la formule :

$$F_r = e E_0 \left[1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2 \right]$$

car au voisinage de l'axe on peut remplacer dans E_r , $J_1(\gamma r)$ par $\gamma \frac{r}{2}$ et $\frac{\omega}{v}$ par β , ce qui donne

$$(88) \quad F_r = e E_0 \frac{\beta}{2} \left[1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2 \right] \left[\sin \omega \left(t - \frac{z}{v} \right) \right] r.$$

Nous n'envisagerons que le mouvement des électrons stables (B) qui accompagnent l'onde dans son mouvement. Ils ne changent pas de position relativement à la crête de l'onde et $\left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) \right] = \varphi_0$ reste fixe. Le seul facteur variable avec z sera $\left[1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2 \right]$.

Si nous écrivons l'équation de la dynamique relativiste

$$\frac{d(mv)}{dt} = F,$$

nous nous contenterons d'une évaluation grossière de la défocalisation latérale, car cet effet est tout petit et pour l'intégration approchée nous remplacerons la vitesse variable v , par une valeur moyenne le long de l'accélérateur $\bar{v}$; nous obtiendrons ainsi une force moyenne F_r indépendante de z

$$(89) \quad F_r = h r,$$

avec

$$h = \frac{e E_0 \beta}{2} \left[1 - \left(\frac{\bar{v}}{c} \right)^2 \right] \sin \varphi_0.$$

Il lui correspond une énergie potentielle $U(r)$

$$(90) \quad U(r) = - \int F(r) dr = - h \frac{r^2}{2}.$$

L'intégrale des forces vives dans le mouvement radial s'écrit, m_t étant maintenant la masse relativiste transversale :

$$(91) \quad m_t = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

$$\frac{1}{2} m_t \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 - h \frac{r^2}{2} = 0,$$

d'où

$$(92) \quad \begin{cases} \left[\frac{d(\log r)}{dt} \right]^2 = \frac{h}{m_t}, \\ r = r_0 e^{\sqrt{\frac{h}{m_t}} t}. \end{cases}$$

Le rayon r sera multiplié par e dans un temps

$$(93) \quad t_c = \left(\frac{m_t}{h} \right)^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{2 m_0}{e E_0 \beta \left[1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \sin \omega \left(t - \frac{z}{v} \right)} \right]^{\frac{1}{2}}.$$

On retrouve ainsi l'inverse de la pulsation ω' définie par l'équation (77) multipliée par $\sqrt{2}$. Nous avons vu que $f' = \frac{\omega'}{2\pi}$ était toujours très inférieur à la fréquence des oscillations hyperfréquence; $\frac{2\pi}{\omega'}$ est donc très grand devant la période haute fréquence, T , et comme le temps de parcours d'un accélérateur court n'est que d'une dizaine de périodes, on voit que le rayon variera peu.

Sur le petit parcours de notre accélérateur, avec un faisceau bien centré sur l'axe au début de l'accélération la focalisation latérale ne présente aucune difficulté; il est, au demeurant toujours possible et pratiquement commode d'annuler les faibles effets de ce champ défocalisant par un champ magnétique longitudinal.

3.3. CHAMP MAGNÉTIQUE FOCALISATEUR. — Si ce champ auxiliaire était seul, les électrons décriraient autour de l'axe une hélice de petit diamètre, la force de rappel étant proportionnelle à r . Il sera toujours possible de donner à cette force une valeur assez grande pour annuler et même surmonter largement l'action de F_r , donnée par l'équation (88).

En effet, si nous désignons par B la valeur de l'induction dans le champ focalisateur longitudinal, on obtient la force radiale totale G_r en ajoutant à la force $F_r = -hr$, due au champ de haute fréquence, la force due au champ de focalisation dont l'expression classique est $f_r = eBr\theta'$

$$(94) \quad G_r = -eBr\theta' + hr.$$

Cette force doit équilibrer la force centrifuge $m_l r \theta'^2$, car dans les mouvements transversaux, l'équation de la dynamique relativiste s'écrit simplement :

$$m_l \gamma_r = G_r,$$

γ_r étant l'accélération transversale. On obtient donc l'équation

$$(95) \quad -eBr\theta' + hr + m_l r \theta'^2 = 0,$$

où le facteur commun r s'élimine, et qui, résolue en θ' donne :

$$(96) \quad \theta' = \frac{eB}{2m_l} \pm \sqrt{\left(\frac{eB}{2m_l}\right)^2 - \frac{h}{m_l}}.$$

La projection du mouvement sur un plan de front sera un cercle comme dans le cas purement statique si la racine θ' est constante et réelle; il faut donc que B satisfasse à l'inégalité

$$(97) \quad \frac{eB}{2m_l} > \sqrt{\frac{h}{m_l}},$$

étant entendu que m_l , lentement variable est considéré comme approximativement constant. $\frac{eB}{m_l}$ est la pulsation correspondant à la fréquence gyromagnétique caractéristique du champ focalisateur : elle est d'environ 3 Mc/s par gauss, tant que m_l ne diffère pas trop de la masse au repos, m_0 ; d'autre part, $\left(\frac{m_l}{h}\right)^{\frac{1}{2}} = t_c$, équation (93). On obtient.

$$2\pi f_B > \frac{2}{t_c}$$

et comme

$$\frac{1}{t_c} = \frac{\omega'}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f'}{\sqrt{2}},$$

f' étant la fréquence des oscillations des électrons voisins de la position stable

$$(98) \quad f_B > \sqrt{2} f'.$$

Nous avons vu que la fréquence des oscillations longitudinales f' tendait vers zéro lorsque v tendait vers c . La focalisation sera donc d'autant plus facile que la vitesse des particules approchera de c . Dans les régions initiales où v est faible, la valeur minimum admissible pour le champ focalisateur B_z sur l'axe sera égale à

$$(99) \quad B_{z_{\text{gauss}}} = 0,45 \frac{f}{3}$$

en exprimant f en Mc's. Nous avons obtenu comme ordre de grandeur de f : 500.10^6 c/s, ce qui montre qu'il suffira d'appliquer des champs B de l'ordre de 250 gauss, ce qui est facile.

Lorsque cette condition sera remplie, le faisceau d'électrons conservera approximativement la même section d'une extrémité à l'autre de l'accélérateur.

Il apparaît ainsi possible d'accélérer des électrons dans un accélérateur linéaire d'une façon stable et de les obtenir dans un faisceau étroit à la sortie, ce que l'expérience nous a permis de vérifier sur notre appareil.

II. — CALCUL DU GUIDE ACCÉLÉRATEUR.

1. Caractéristiques de l'accélérateur.

Notre but était de construire un appareil permettant d'obtenir des électrons dont les énergies seraient de l'ordre de 1 MeV, la tension d'injection étant faible.

L'équation

$$(43) \quad E_0 = \sigma \sqrt{\eta_0} \sqrt{\frac{W_0}{\varphi}} \sqrt{\frac{Q_0}{\lambda_0}},$$

montre que E_0 est proportionnel à $\frac{1}{\lambda_0^{\frac{1}{4}}}$ puisque Q_0

est proportionnel à $\sqrt{\lambda_0}$. Ainsi, pour une puissance donnée, il y aurait intérêt à choisir une longueur d'onde aussi faible que possible. Néanmoins, l'avantage pratique de disposer des magnétrons les plus puissants, pour $\lambda = 10$ cm, nous a fait choisir cette dernière longueur d'onde.

Le magnétron employé est un magnétron CSF type MC 101 dont la puissance utile maximum en crête est de 500 kW.

Le champ axial moyen peut atteindre 30 kV/cm.

Ainsi, un guide accélérateur de 40 cm de long nous a permis d'obtenir des électrons d'énergie égale à 1,2 MeV.

Les électrons sont produits par un canon à électrons classique alimenté sous la tension initiale de 25 000 V, relativement basse; la vitesse des électrons ⁽²⁾ atteint $9,4 \cdot 10^9$ cm/s, soit 0,3 c. L'intérêt de cette condition est de permettre d'alimenter le canon à électrons avec la source d'impulsions qui alimente le magnétron et qui est constituée ici par un modulateur à arc tournant et une ligne à retard.

2. Dimensions des cavités.

Seule, une étude expérimentale peut donner avec assez de précision, les dimensions des cavités à employer dans le guide accélérateur. Il faut d'abord choisir un mode d'oscillation convenable : on détermine ensuite la hauteur des différentes cavités de façon à augmenter progressivement la vitesse de phase de l'onde pour la maintenir égale à la vitesse croissante des électrons.

2.1. CAVITÉS RÉSONNANTES : CLASSIFICATION DES MODES D'OSCILLATIONS. — Considérons un empilement de cavités cylindriques et étudions leurs modes d'oscillations possibles.

Prenons d'abord seulement deux éléments (fig. 6)

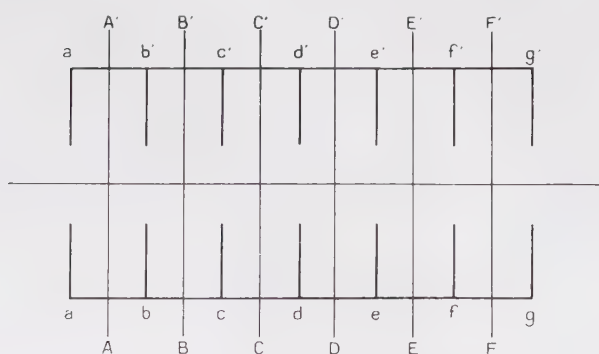


Fig. 6. — Cavités cylindriques couplées.

et limitons-nous aux modes de cet ensemble qui, par perturbation lorsque l'on ouvre le trou central, dérivent du mode fondamental de chaque cylindre

⁽²⁾ $V_{cm/s} = 5,95 \cdot 10^7 \sqrt{U_V}$ pour des vitesses relativement faibles devant c.

isolé (E parallèle à l'axe); la théorie classique des circuits couplés montre que le couplage fait apparaître deux fréquences de résonance pour l'ensemble, d'autant plus écartées de la fréquence commune

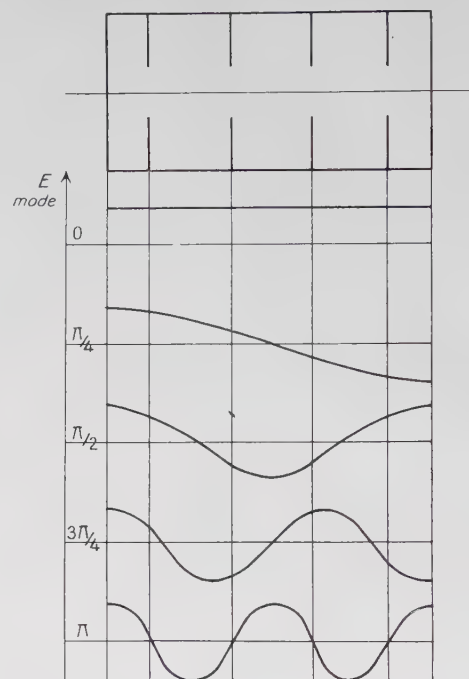


Fig. 7. — Forme du champ électrique pour quatre cavités couplées.

primitive f_0 que le couplage est plus fort, c'est-à-dire que le trou est plus grand.

Dans le premier mode que nous désignerons par l'indice zéro, les deux demi-cavités résonnent en phase, tandis que pour le second que l'on désigne par π , elles résonnent en opposition de phase.

Lorsque nous aurons plusieurs cavités assemblées, les modes qui nous intéressent proviendront encore de la perturbation du mode fondamental de chaque élément par le couplage des cavités entre elles : si l'on désigne par n le nombre des cavités, nous aurons encore comme pour n circuits couplés, n résonances et nous pourrions les classer commodément au moyen du nombre p d'inversions de phase qui se produisent d'un bout à l'autre : si l'on observe une inversion de phase toutes les $\frac{n}{p}$ cavités, nous désignerons ce régime oscillatoire par le mode $\frac{\pi p}{n}$.

Dans notre premier exemple de deux cavités, nous avons tout simplement fermé les parois extrêmes par raison de simplicité. Pour suivre la construction de plus près, nous constituerons les extrémités du résonateur en établissant une cloison

suivant des plans tels que AA', BB', ... médians de deux diaphragmes. Les deux cavités extrêmes ne sont plus identiques aux cavités intermédiaires, mais par raison de symétrie se comportent cependant exactement comme elles.

Si nous considérons, par exemple, les cavités limitées aux plans AA' et EE', nous pourrions obtenir cinq modes d'oscillations que nous avons représentés sur la figure 7.

Ceux-ci sont désignés par $0, \frac{\pi}{4}, \frac{2\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \pi$. D'une façon générale, un ensemble de n cavités couplées comme précédemment pourra osciller sur n fréquences correspondant aux modes possibles et il possède $n - 1$ diaphragmes.

Les modes zéro et π sont fixes quel que soit le nombre de cavités et constituent respectivement les modes correspondant à la longueur d'onde la plus élevée et la plus basse qui peuvent se propager dans l'ensemble des cavités. Pour le mode zéro, la longueur d'onde correspond à la longueur d'onde de coupure d'un guide lisse; elle a sensiblement la même valeur que dans le guide lisse de diamètre intérieur égal à celui des corrugations. On a

$$(100) \quad \lambda_0 \neq 1,31(2b).$$

Le mode π correspondant à une opposition de phase entre deux cavités consécutives est un effet du couplage et se produit à une longueur d'onde liée à λ_π par un coefficient dépendant de celui-ci. Nous désignerons ce coefficient par K ; il est défini par

$$(101) \quad K = \frac{\lambda_0 - \lambda_\pi}{\lambda_0}.$$

Les considérations précédentes dérivent de la théorie des résonateurs et des circuits couplés; on parvient aux mêmes conclusions en faisant la synthèse de l'onde stationnaire à partir de deux ondes progressives: le classement des modes correspond alors à celui des ondes progressives.

Choix du mode $\frac{\pi}{2}$. — Ces théories, ainsi que l'expérience, montrent que l'écart de fréquence entre les différents modes diminue au fur et à mesure que l'on augmente le nombre de cavités, c'est-à-dire la puissance de l'appareil et l'on trouve ainsi une limite naturelle à l'extension longitudinale d'un accélérateur linéaire.

En effet, il faut évidemment qu'il fonctionne sur le mode choisi lors de sa construction afin que les électrons soient accélérés et le magnétron qui fournit la puissance haute fréquence du guide doit osciller avec stabilité sur la fréquence choisie; il ne doit pas

pouvoir dériver sur la longueur d'onde d'un mode voisin. Or, la dérive de fréquence des magnétrons, le danger aussi d'un saut brusque de leur fréquence, impose une incertitude sur la fréquence d'excitation que l'on évalue, en général, à 0,1 % de la fréquence normale, soit 3 Mc/s.

Il faut donc que le mode choisi pour l'accélérateur soit séparé des deux modes voisins par un écart de fréquence d'au moins 3 Mc/s. L'étude expérimentale décrite ci-dessous montre que l'écart de fréquence entre les modes, loin d'être uniforme est beaucoup plus faible pour les modes extrêmes (voisins de 0 et π) que pour les modes centraux.

Aussi avons-nous choisi le mode $\frac{\pi}{2}$ comme mode de fonctionnement de l'appareil. Pour pouvoir établir ce mode, il faut pouvoir associer les cavités par paires, ce qui nécessite un nombre pair de cavités et nous avons à franchir quatre cloisons pour avancer d'une longueur d'onde. Le changement de phase d'une cloison à la suivante est de 90°.

Il est à noter que les cloisons introduisent des pertes ohmiques importantes; ce mode nous donne donc un coefficient de surtension plus faible qu'un mode plus élevé qui compterait moins de cloisons. Les mesures que nous avons effectuées par une méthode que nous exposerons dans la suite montre que

$$(102) \quad \frac{Q_{\frac{\pi}{2}}}{Q_{\pi}} = 0,7.$$

L'inconvénient est tolérable.

2.2. CALCUL DE LA HAUTEUR DES CAVITÉS. — La vitesse des électrons augmente avec leur énergie et les cavités doivent avoir des hauteurs croissantes afin de conserver un bon accord entre le temps de transit des particules et la phase du champ. Ainsi, la hauteur des cavités croît jusqu'à atteindre $\frac{1}{4}$ de longueur d'onde pour une vitesse très voisine de c , puisque nous avons choisi le mode $\frac{\pi}{2}$.

Nous avons calculé (54) la loi du mouvement des électrons stables par rapport à l'onde. La position stable correspondant à un champ E voisin de E_0 , nous aurons :

$$(103) \quad z + z_0 = \sqrt{\frac{(m_0 c^2)^2}{c^2 E_0^2} + c^2(t + t_0)^2} - \frac{m_0 c^2}{c E_0}.$$

Comme nous avons adopté le mode $\frac{\pi}{2}$, chaque cavité doit être franchie durant $\frac{1}{4}$ de période. La valeur de ct dans la formule (103) doit donc augmenter

TABLEAU I.

$$z_K = \sqrt{290,02 + (2,5K + 5,381)^2} - 17,86.$$

k .	$c(t + t_0)$.	$290,02 + (2,5K + 5,381)^2$.	$z_K + 17,86$. (cm).	z_K .	Indice des cavités.	Hauteur des cavités.	Hauteur admise.	Énergie totale (eV).	Diamètre du trou central.
0.....	5,38	348,864	17,86	0	A	9	9	52 300	22,50
1.....	7,88	352,114	18,76	9	B	11,8	11,8	87 700	23,67
2.....	10,38	397,764	19,94	20,8	C	14,1	14,0	130 000	24,47
3.....	12,88	455,914	21,35	34,9	D	15,9	16,0	178 000	25,1
4.....	15,38	526,564	22,94	50,8	E	17,5	17,5	230 500	25,65
5.....	17,88	609,714	24,69	68,3	F	18,7	18,7	286 600	26
6.....	20,38	705,364	26,56	87,0	G	19,6	19,6	345 400	26,2
7.....	22,88	813,514	28,52	106,6	H	20,4	20,4	406 600	26,45
8.....	25,38	934,164	30,56	127,0	I	21,1	21,1	469 900	26,65
9.....	27,88	1 067,314	32,67	148,1	J	21,6	21,6	534 700	26,8
10.....	30,38	1 212,964	34,82	169,6	K	22,0	22,0	600 700	27
11.....	32,88	1 371,064	37,03	191,7	L	22,3	22,4	667 900	27
12.....	35,38	1 541,764	39,26	214,0	M	22,7	22,8	736 300	27
13.....	37,88	1 724,914	41,53	236,7	N	22,9	23,2	805 900	27
14.....	40,38	1 920,564	43,82	259,6	O	23,1	23,6	876 700	27
15.....	42,88	2 128,714	46,14	282,8	P	23,3	24	948 700	27
16.....	45,38	2 349,364	48,47	306,1	Q	23,4	24	1 020 700	27
17.....	47,88	2 582,514	50,81	329,5	R	23,6	24	1 092 700	27
18.....	50,38	2 828,164	53,18	353,2	S	23,7	24	1 164 700	27
19.....	52,88	3 086,314	55,55	376,9	T	23,8	24	1 236 700	27
20.....	55,38	3 356,964	57,93	400,7					

de $\frac{\lambda}{4}$ lorsque l'on passe d'une cloison à la suivante. La distance franchie par la particule durant ce temps est donnée par (103). Ainsi la cloison d'entrée de la $K^{\text{ième}}$ cavité sera définie en donnant la valeur $\frac{K\lambda}{4}$ au paramètre et l'on obtient

$$(104) \quad z_K + z_0 = \sqrt{\frac{(m_0 c^2)^2}{e^2 E_0^2} + \left(\frac{K\lambda}{4} + ct_0\right)^2} - \frac{m_0 c^2}{e E_0}.$$

Nous avons ainsi obtenu les résultats du tableau I.

Nous prendrons la valeur commune de 24 mm pour les cinq dernières cavités, les variations devenant alors très faibles et afin d'éviter une brusque discontinuité nous modifierons légèrement la hauteur des quatre cavités précédentes.

Il nous suffit donc maintenant d'évaluer la valeur des coefficients de cette formule dans le cas de notre appareil: T_0 correspond à une tension d'injection de 25 kV, tandis que E vaut 30 kV/cm.

$$T_0 = 25 \text{ kV}, \quad E_0 = 30 \text{ kV/cm}, \quad \lambda = 10 \text{ cm}.$$

$$z_0 = \frac{1}{E} = 0,83 \text{ cm}, \quad s = \frac{m_0 c^2}{e E} = 17,03 \text{ cm}.$$

car

$$\frac{m_0 c^2}{e} = 5,108,10^5.$$

$$0,83 = \sqrt{17,03^2 + (ct_0)^2} - 17,03.$$

d'où

$$ct_0 = 5,38 \text{ cm}.$$

En conséquence :

$$(105) \quad \left\{ \begin{array}{l} z_K + z_0 = \sqrt{290,02 + (2,5K + 5,381)^2} - 17,03, \\ z_K = \sqrt{290,02 + (2,5K + 5,381)^2} - 17,86. \end{array} \right.$$

Nous avons ainsi obtenu, tableau I, la hauteur des cavités à employer.

2.3. DIAMÈTRE DU TROU CENTRAL DES CLOISONS.

Le diamètre $2a$ est déterminé de façon à maintenir constante, sur l'axe, l'amplitude du champ E_0 d'une extrémité à l'autre de l'accélérateur. Nous avons obtenu au chapitre I la formule (24).

$$L = \frac{2P}{\pi a^2 s} = \frac{2P}{\pi a^2} \cdot \frac{1}{s}.$$

Cette formule approchée suffit pour le calcul des

variations de a , en fonction de z , car il n'est pas nécessaire d'obtenir le champ avec une précision élevée, en valeur absolue.

Lorsque γa est petit, c'est-à-dire lorsque v est voisin de c , on peut remplacer J_0, J_1, J_2 par leur développement limité.

$$\begin{aligned} J_0(\gamma a) &= 1 - \frac{\gamma^2 a^2}{4} + \dots \\ J_1(\gamma a) &= \frac{\gamma a}{2} \left(1 - \frac{\gamma^2 a^2}{8} + \dots \right), \\ J_2(\gamma a) &= \frac{\gamma^2 a^2}{8} \left(1 - \frac{\gamma^2 a^2}{12} + \dots \right), \\ \lim_{\gamma a \rightarrow 0} J_1^2(\gamma a) &= J_0^2(\gamma a) J_2^2(\gamma a) = \frac{\gamma^2 a^2}{8}, \\ \lim_{\gamma a \rightarrow 0} E_0^2 &= \frac{16 P \tau_{10}}{\pi a^2 k^2}, \\ (106) \quad E_0^2 &= \frac{16 P Z_0}{\pi k^2 a^4} = \frac{16 P Z_0 \lambda^2}{\pi 4 \pi^2 a^4}, \end{aligned}$$

soit

$$(107) \quad a^2 = 6,98 \frac{\lambda \sqrt{P}}{E}.$$

a. Diamètre des diaphragmes et puissance d'alimentation. — La valeur absolue du diamètre des diaphragmes terminaux doit être choisie de manière que le champ axial E_0 atteigne l'amplitude prévue $E_0 = 30$ kV lorsque le magnétron débite sa puissance normale. Nous verrons qu'il est nécessaire de dissiper au moins la moitié de la puissance initiale dans une charge auxiliaire de stabilisation, si bien que nous avons établi le projet de l'appareil en admettant qu'une puissance

$$P_i = 200 \text{ kW}$$

parvenait à l'entrée du résonateur.

Si nous voulons calculer a en fonction de P_i , il faut d'abord passer de P_i à P puissance circulant dans l'onde progressive. Nous relierons dans la suite, directement, P_i à E avec précision à partir des mesures du coefficient τ et de la formule (43) du chapitre précédent. Ici, nous nous contenterons de montrer la relation entre P et P_0 sous une forme claire. La puissance qui circule varie avec la longueur z parcourue dans un guide indéfini suivant la loi

$$P = P_0 e^{-L/z},$$

L étant une longueur d'affaiblissement $\frac{1}{\alpha}$ caractéristique.

D'autre part, si p est la puissance moyenne dissipée par effet Joule dans 1 m de guide,

$$\frac{dP}{dz} = -P \quad \text{et} \quad P = \frac{P_0}{L}.$$

Si nous analysons l'onde stationnaire en deux ondes progressives cheminant en sens inverse, la perte totale ohmique sera le double de celle relative à chaque onde élémentaire, soit, par mètre,

$$p' = 2p = \frac{2P_0}{L}$$

et pour l'accélérateur de longueur l :

$$(108) \quad p' = \frac{2P_0 l}{L}.$$

Cette puissance est égale à la puissance d'alimentation; on a donc

$$(109) \quad P_0 = P_i \frac{L}{2l};$$

ici, la longueur d'affaiblissement donnée par les mesures décrites ultérieurement est d'environ 2,4 m :

$$\begin{aligned} L &= 2,4, & 2l &= 0,8, \\ P_0 &= P_i z = 600 \text{ kW}, \\ (110) \quad \left\{ \begin{aligned} a^2 &= 6,98 \frac{10 \sqrt{600 \ 000}}{30 \ 000} = 1,805, \\ a &= 1,34, & \text{soit} & \quad 2a = 2,68. \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

Nous prendrons pour $v = c$ la valeur

$$2a_c = 27 \text{ mm.}$$

b. Variation du diamètre du diaphragme le long du guide. — On admet que γa est assez petit pour pouvoir remplacer les fonctions de Bessel par le premier terme de leur développement limité. On a

$$(111) \quad a^4 = \frac{16 P \tau_{10}}{\pi E_0^2 k^2},$$

$$(112) \quad \frac{(2a_v)^4}{(2a_c)^4} = \frac{\gamma_c^2}{\beta_v^2} = \frac{1}{\epsilon},$$

v étant la vitesse de phase ou la vitesse des électrons dans la région considérée

$$(113) \quad (2a_v)^4 = (2a_c)^4 \frac{v}{c}.$$

La vitesse des électrons étant liée à leur énergie, il a été possible de construire (fig. 8) la courbe donnant le diamètre du trou central des cloisons en fonction de l'énergie des électrons qui les traversent.

Ensuite, en nous servant du tableau I qui donne l'énergie des électrons stables en fonction de leur position, nous avons relié a à l'ordre de la cloison considérée; on obtient ainsi, pour chaque cloison, la valeur du diamètre du trou nécessaire pour maintenir un champ accélérateur constant d'un bout à l'autre de l'appareil.

Les trous des dix dernières cavités ont été pris identiques, les variations devenant alors très faibles. Les diamètres obtenus ont été portés dans la dernière colonne du tableau I.

L'épaisseur de la cloison a été choisie égale

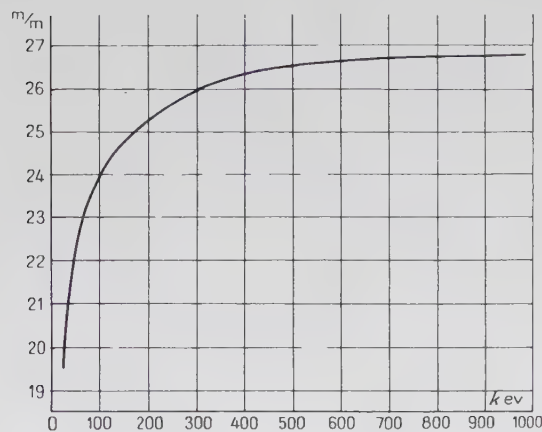


Fig. 8. — Diamètre du trou de couplage des cavités, fonctions de l'énergie des électrons.

à 2,5 mm, de façon à assurer une bonne rigidité mécanique sans apporter de perturbations gênantes dans la distribution du champ électromagnétique dans le guide accélérateur.

2.4. ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DES DIAMÈTRES INTÉRIEURS DES CAVITÉS. — Le diamètre intérieur des corrugations est désigné par $2b$. Nous avons fixé le diamètre extérieur des cavités à 94,8 mm, le diamètre intérieur étant voisin de 80 mm; ainsi, l'épaisseur des parois est suffisante pour permettre un serrage énergique sans déformation. La hauteur h étant fixée par le mouvement des électrons, il faut choisir le diamètre de façon que le résonateur oscille sur le mode $\frac{\pi}{2}$ à une fréquence de 3 000 Mc/s, c'est-à-dire que l'on ait un déphasage de $\frac{\pi}{2}$ d'une cloison à la suivante.

Nous avons tout d'abord fait une étude expérimentale systématique afin d'obtenir la variation de $2b$ en fonction de h pour les différentes valeurs du diamètre du trou central des cloisons $2a$ que nous avons retenues. L'ensemble des valeurs obtenues permet de tracer les courbes :

$2b = f(h)$, pour diverses valeurs du paramètre a ;

$2b = f(2a)$, pour les valeurs du paramètre h , qui sont à envisager d'une façon générale dans les accélérateurs linéaires.

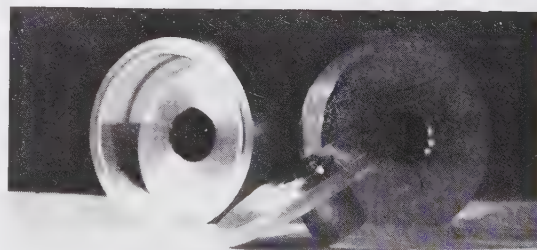
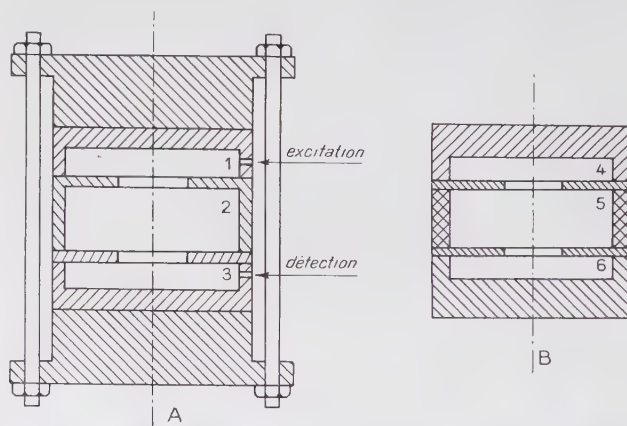
Méthode d'étude. — Les essais ont été effectués sur un guide constitué par trois cavités (fig. 9). La cavité centrale a les dimensions choisies et les cavités extrêmes sont coupées en deux et réduites à leur moitié, elles sont fermées par des plans parfaitement réfléchissants. On réalise ainsi par raison de symétrie les mêmes conditions de résonance que si l'on avait un empilement infini de cavités identiques.

Cette construction fut utilisée pour l'étude des cavités ayant un trou central de 27 mm, tandis que pour les trous centraux de diamètre inférieur, nous avons essayé la disposition différente représentée figure 9 B, permettant les essais avec différentes cloisons ayant les valeurs $2a$ choisies.

Ces électrodes sont serrées par quatre vis permettant d'obtenir aisément la pression de 0,5 kg/mm² à partir de laquelle la surtension des cavités ne varie pratiquement plus (J. Vastel [14]).

La fréquence de résonance sera mesurée à faible puissance par comparaison avec celle d'une cavité étalon variable (CSF X 01).

La source de puissance haute fréquence est cons-



C

Fig. 9. — Cavités d'essais.

tituée par un klystron reflex (CSF KR 117) modulé en fréquence par une tension en dents de scie. Il débite dans un banc de mesure d'ondes station-

naires terminé par une charge sans réflexion constituée par un tube de verre rempli d'eau convenablement incliné permettant d'obtenir un taux d'ondes stationnaires inférieur à 1,01. De petites

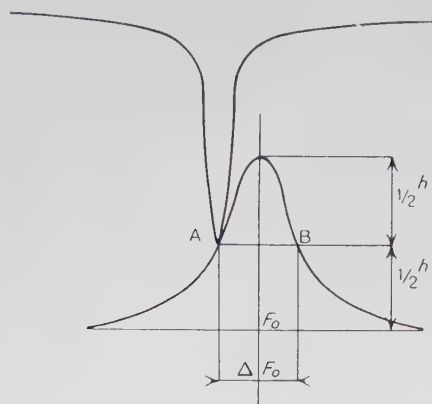


Fig. 10. — Courbe de résonance.

antennes servent à transmettre l'énergie haute fréquence de ce banc aux cavités étudiées et à la cavité étalon.

Les cavités sont explorées par des sondes de 2 mm, qui pénètrent dans de petits trous percés dans la surface latérale. Les tensions prélevées sur les sondes sont, après détection par des cristaux au germanium IN 21 B, envoyées à un des amplificateurs verticaux d'un oscillographe bicourbe dont le balayage horizontal est proportionnel à la modulation de fréquence. Le deuxième amplificateur sert à tracer la courbe de résonance de la cavité étalon excitée par la même source. On observe deux courbes en cloche (fig. 10). En réglant la cavité étalon qui est graduée en fréquence jusqu'à obtenir la coïncidence des deux maxima, on mesure la fréquence de résonance des cavités. L'étalonnage en fréquence est assez précis pour qu'il soit possible aussi de

mesurer le coefficient de surtension des cavités qui est donné par

$$(114) \quad Q = \frac{F_0}{\Delta F_0},$$

F_0 étant la fréquence de résonance et ΔF_0 l'écart de fréquence entre les points A et B (fig. 10) d'ordonnée $\frac{h}{2}$, h étant la hauteur maximum.

A l'aide de l'ondemètre, il est possible d'étalonner en fréquence le balayage horizontal. On obtient ainsi la fréquence de résonance des cavités étudiées en assurant la coïncidence des axes de symétrie des deux courbes de résonance.

Les tableaux II fournissent les résultats des

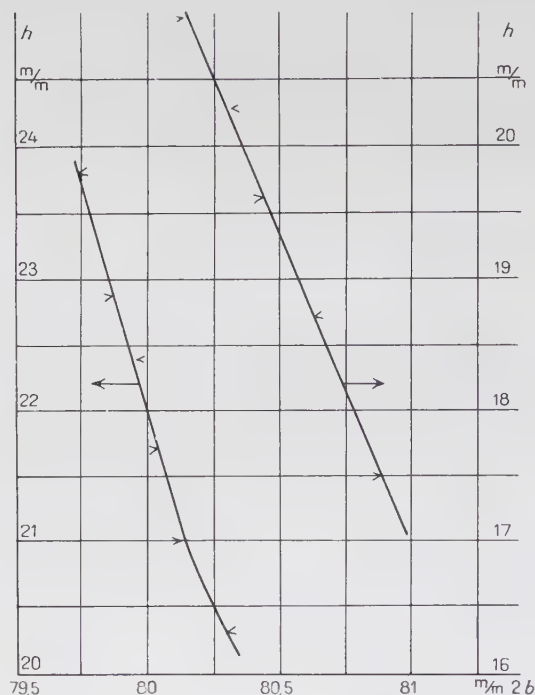


Fig. 11. — Diamètre $2b$ des cavités en fonction de h pour $2a = 27$ mm.

TABLEAU II.

h (mm).	$2b$ (mm).	λ (cm).	$2b$ (mm).	λ (cm).	$2b$ (mm).	λ (cm).
23,8.....	79,475	9,9525	79,76	10,001	79,835	10,0115
22,84.....	79,835	9,995	79,865	9,999	79,895	10,003
22,395.....	79,895	9,991	79,985	10,004	—	—
22,00.....	79,985	9,994	80,027	10,004	—	—
21,705.....	80,027	9,999	80,087	10,005	—	—
20,99.....	80,087	9,985	80,101	9,990	80,225	10,003
20,297.....	80,225	9,986	80,30	10,0055	80,355	10,009
19,6.....	80,355	9,991	80,48	10,0043	—	—
18,69.....	80,48	9,9724	80,708	10,0134	—	—
17,493.....	80,708	9,976	80,875	9,98	—	—

TABLEAU III.

$2b$ (mm).	h (mm).	λ (cm) pour				
		$2a = 26,8.$	$2a = 26.$	$2a = 25,10.$	$2a = 23,66.$	$2a = 22,46.$
79,59.....	21,60	9,939	9,9765	10,0125	—	—
79,777.....	21,60	9,963	10,0025	10,0405	—	—
80,116.....	21,60	10,0134	10,050	10,091	—	—
80,116.....	21,105	10,001	10,037	10,0795	—	—
80,21.....	21,105	10,0122	10,050	10,095	—	—
80,21.....	20,38	10,0015	10,036	10,109	—	—
80,19.....	19,62	9,9716	10,013	10,057	—	—
80,24.....	19,62	9,985	10,0205	10,066	—	—
80,24.....	18,707	9,958	10,003	10,047	10,117	—
80,34.....	18,707	9,980	10,0185	10,063	10,131	—
80,34.....	17,48	9,9402	9,9795	10,027	10,103	—
80,39.....	17,48	9,940	9,983	10,037	10,107	—
80,39.....	16,00	9,887	9,934	9,992	10,068	10,127
80,495.....	16,00	9,906	9,956	10,0155	10,091	10,1475
80,495.....	14,095	—	—	9,946	10,031	10,102
80,60.....	14,095	—	—	9,9625	10,0505	10,1185
80,60.....	11,791	—	—	9,9075	9,973	10,045
80,70.....	11,791	—	—	9,877	9,981	10,059
80,90.....	11,791	—	—	0,918	10,011	10,925
80,90.....	9,104	—	—	—	9,873	9,961
81,13.....	9,104	—	—	—	9,924	10,016

mesures pour un diamètre central de 27 mm. Pour chaque ligne horizontale, les hauteurs des cavités sont constantes et l'on fait varier le diamètre de façon à encadrer la valeur utile.

Les tableaux III donnent les résultats des mesures pour des diamètres d de 26,80; 26; 25,10; 23,66; 22,46.

Les mesures de fréquences sont faites avec une précision d'environ 10^{-4} , ce qui permet d'obtenir le diamètre à $1/100^e$ de millimètre. Celui-ci est mesuré avec un comparateur permettant d'obtenir cette précision.

La courbe de la figure 11 donne le diamètre $2b$ en fonction de h pour obtenir la fréquence de résonance de 3 000 Mc/s pour le mode $\frac{\pi}{2}$.

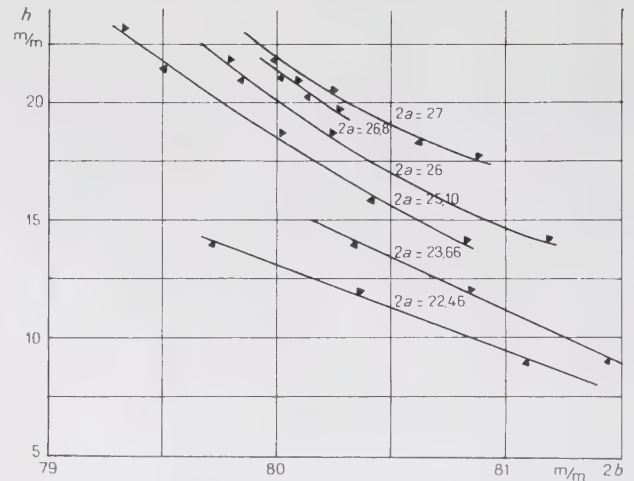


Fig. 12. — Diamètre $2b$ en fonction de h pour différentes valeurs de $2a$.

h (mm).	$2b$ (mm).	h (mm).	$2b$ (mm).
23,80	79,75	20,99	80,15
22,84	79,87	20,30	80,28
22,39	78,96	19,60	80,44
22,00	80,01	18,69	80,63
21,70	80,04	17,49	80,89

Le tableau III permet de déterminer le diamètre $2b$ en fonction de la hauteur h des cavités pour différents diamètres $2a$ afin que la fréquence de résonance du mode $\frac{\pi}{2}$ soit 3 000 Mc/s (courbe de la figure 12 et tableau IV).

TABLEAU IV.

Hauteur.	Diamètre $2b$ pour				
	$2a = 26,80.$	$2a = 26.$	$2a = 25,10.$	$2a = 23,66.$	$2a = 22,46.$
21,60....	80,025	79,76	—	—	—
21,105....	80,11	79,85	—	—	—
19,62....	80,29	80,12	—	—	—
18,7....	80,345	80,22	79,75	—	—
16,0....	—	80,68	80,43	79,70	—
14,1....	—	81,18	80,94	80,32	—
11,8....	—	—	—	80,83	80,32
9,1....	—	—	—	81,47	81,07

La courbe de la figure 13 représente la variation de $2b$ en fonction de $2a$ avec h comme paramètre.

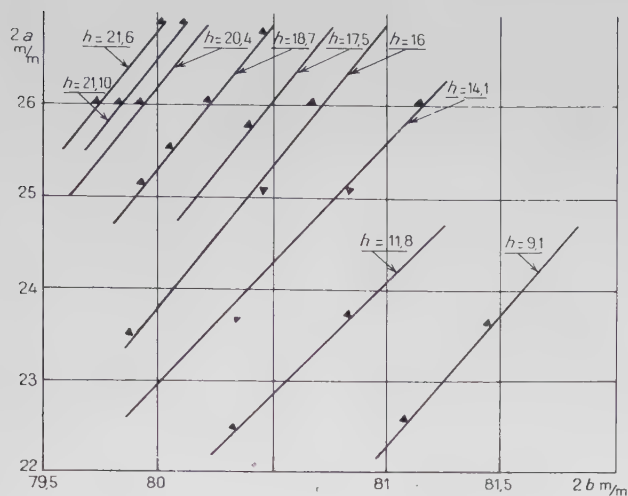


Fig. 13. — Diamètre $2b$ en fonction de $2a$ pour différentes valeurs de h .

Elle permet d'obtenir les valeurs du tableau V donnant $2b$ en fonction de h pour d'autres valeurs de $2a$.

TABLEAU V.

h (mm).	Diamètre $2b$ pour			
	$2a = 26,65$.	$2a = 26,45$.	$2a = 26,2$.	$2a = 25,65$.
— 21,60.....	79,96	79,91	79,83	—
— 21,105....	80,05	79,995	79,915	—
— 19,62.....	80,25	80,22	80,17	—
— 18,7.....	80,405	80,355	80,28	80,11
— 16.....	—	80,80	80,73	80,58
— 14,1.....	—	—	—	81,05

A partir de ces résultats, on peut, par interpolation, prévoir les cotes des cavités employées dans l'accélérateur.

Pour le guide réel, on peut employer deux sortes de terminaisons : on peut, soit fermer le trou de deux parois normales, soit mettre aux deux bouts des cavités de hauteur moitié. Ainsi, le guide accélérateur pourra être limité soit à un plan AA' , soit à un plan aa' de la figure 6.

Les expériences nous ont conduit à préférer des terminaisons AA' pour lesquelles la symétrie est plus complète et nous avons pourvu le guide définitif de cavités terminales A_0 de hauteur moitié de celle de A et de diamètre intérieur identique et T_0 de hauteur moitié de celle de T.

La présence de la cavité A_0 augmentera légèrement l'énergie des électrons pénétrant dans la cavité A. Cette variation n'est pas gênante, puisque

nous pouvons, si nécessaire, rétablir les conditions prévues en diminuant la tension d'injection des électrons.

On obtient les valeurs du tableau VI.

TABLEAU VI.

Cotes des cavités obtenues d'après études.

	h .	$2a$.	$2b$.
A_0	4,5	—	81,27
A.....	9	22,5	81,27
B.....	11,8	23,67	81,00
C.....	14,07	24,47	80,68
D.....	16,98	25,1	80,50
E.....	17,46	25,65	80,43
F.....	18,67	26	80,20
G.....	19,65	26,2	80,17
H.....	20,43	26,45	80,13
I.....	21,07	26,65	80,09
J.....	21,58	26,8	80,06
K.....	22,02	27	80,17
L.....	22,40	27	79,95
M.....	22,8	27	79,89
N.....	23,23	27	79,835
O.....	23,6	27	79,78
P.....	24	27	79,75
Q.....	24	27	79,75
R.....	24	27	79,75
S.....	24	27	79,75
T.....	24	27	79,75
T_0	12	27	79,75

3. Construction du guide accélérateur.

3.1. CAVITÉS. — Les différentes cavités ont été usinées aux cotes ainsi déterminées. On a déjà signalé la grande précision nécessaire dans la fabrication de ces pièces : il faut corriger les erreurs éventuelles. Pour cela, on a vérifié que le guide accélérateur constitué par chaque cavité, jointe aux précédentes reconnues bonnes, et avec des terminaisons ayant une hauteur h moitié de celle des cavités extrêmes, présentait bien un mode $\frac{\pi}{2}$

pour $\lambda = 10$ cm. Lorsque cet essai était négatif, le diamètre a été retouché afin d'obtenir la valeur désirée, ce travail étant fait, en général, au papier de verre très fin. On a ainsi relevé les valeurs de la résonance pour les différents modes (tableau VII).

Les faibles écarts observés avec les valeurs obtenues par les mesures partielles du paragraphe précédent sont dues à l'effet du couplage de cavités plus nombreuses entre elles et à l'influence de l'épaisseur des cloisons, ainsi qu'aux faibles erreurs d'usinage que nous avons dû compenser.

TABLEAU VII.

Essais des cavités avec $\frac{1}{2}$ fonds terminaisons AA'.

Cavités.	Modes.	Longueur d'onde des modes.	Cavités.	Modes.	Longueur d'onde des modes.
T.....	0	10,287		0	9,741
	$\frac{\pi}{2}$	10,000		$\frac{\pi}{8}$	9,785
	π	9,738		$\frac{2\pi}{8}$	9,811
S.....	0	10,287	T, S, R, Q, P, O, N.....	$\frac{3\pi}{8}$	9,895
	$\frac{\pi}{2}$	10,000		$\frac{\pi}{2}$	10,0015
	π	9,746		$\frac{5\pi}{8}$	10,109
R.....	0	10,289		$\frac{6\pi}{8}$	10,200
	$\frac{\pi}{2}$	9,9995		$\frac{7\pi}{8}$	10,268
	π	9,746		π	10,2905
Q.....	0	10,2855		0	9,742
	$\frac{\pi}{2}$	10,002		$\frac{\pi}{8}$	9,775
	π	9,745		$\frac{2\pi}{8}$	9,8145
T, S, R.....	0	9,738	S, R, Q, P, O, N, L.....	$\frac{3\pi}{8}$	9,892
	$\frac{\pi}{4}$	9,813		$\frac{\pi}{2}$	10,000
	$\frac{\pi}{2}$	10,000		$\frac{5\pi}{8}$	10,110
	$\frac{3\pi}{4}$	10,199		$\frac{6\pi}{8}$	10,2035
	π	10,288		$\frac{7\pi}{8}$	10,2705
T, S, R, Q, P.....	0	9,742		π	10,2955
	$\frac{\pi}{6}$	9,776		0	10,297
	$\frac{2\pi}{6}$	9,866		$\frac{\pi}{10}$	10,276
	$\frac{\pi}{2}$	10,000		$\frac{2\pi}{10}$	10,2205
	$\frac{4\pi}{6}$	10,141		$\frac{3\pi}{10}$	10,166
	$\frac{5\pi}{6}$	10,2475		$\frac{4\pi}{10}$	10,0865
	π	10,288		$\frac{\pi}{2}$	10,000
S, R, Q, P, N.....	0	9,741	T, S, R, Q, P, O, N, M, L...	$\frac{6\pi}{10}$	9,9125
	$\frac{\pi}{6}$	9,774		$\frac{7\pi}{10}$	9,8395
	$\frac{2\pi}{6}$	9,861		$\frac{8\pi}{10}$	9,786
	$\frac{\pi}{2}$	10,000		$\frac{9\pi}{10}$	9,750
	$\frac{4\pi}{6}$	10,139		π	9,7405
	$\frac{5\pi}{6}$	10,249			
	π	10,289			

TABLEAU VII (suite).

Cavités.	Modes.	Longueur d'onde des modes.
Guide accélérateur complet..	π	9,732
	$\frac{19\pi}{20}$	9,741
	$\frac{18\pi}{20}$	9,755
	$\frac{17\pi}{20}$	9,769
	$\frac{16\pi}{20}$	9,789
	$\frac{3\pi}{4}$	9,811
	$\frac{14\pi}{20}$	9,835
	$\frac{13\pi}{20}$	9,868
	$\frac{12\pi}{20}$	9,908
	$\frac{11\pi}{20}$	9,954
	$\frac{\pi}{2}$	10,000
	$\frac{9\pi}{20}$	10,0425
	$\frac{8\pi}{20}$	10,086
	$\frac{7\pi}{20}$	10,125
	$\frac{6\pi}{20}$	10,166
	$\frac{\pi}{4}$	10,207
	$\frac{\pi}{5}$	10,2405
	$\frac{3\pi}{20}$	10,268
	$\frac{2\pi}{20}$	10,283
	$\frac{\pi}{20}$	10,301
	π	10,327

Les cotes définitives des cavités employées sont données par le tableau VIII.

3.2. EXTRÉMITÉS DU GUIDE. — Il faut laisser passer les électrons, c'est pourquoi les fonds des premières et dernières cavités sont percés; à l'extérieur, ces trous débouchent dans des cylindres creux dont le diamètre intérieur est assez petit pour empêcher toute propagation de l'onde de fréquence 3 000 Mc/s. Ainsi, nous aurons toujours des fonds parfaitement réfléchissants pour les ondes électromagnétiques et, cependant, les électrons pourront traverser l'accélérateur.

Le diamètre intérieur du guide $\emptyset$ a été pris égal à 21 mm. La plus grande longueur d'onde qui pourrait se propager est de

$$\chi = 1,31 \times 21 = 2,75 \text{ cm.}$$

Ces cylindres qui constituent des atténuateurs modifient un peu la distribution du champ et introduisent une modification dans les conditions de résonance. Afin d'obtenir à nouveau le mode $\frac{\pi}{2}$ pour la fréquence de 10 cm, on munit le bord du trou d'un bossage circulaire qui peut être observé sur la photographie 9 C. Celui-ci a été ajusté expérimentalement à la valeur convenable.

TABLEAU VIII.

Cotes des cavités, cotes réalisées.

	<i>h.</i>	<i>c.</i>	<i>2 a.</i>	<i>2 b.</i>
A ₀	4,5	—	—	81,38
A.....	9,045	2,485	22,50	81,38
B.....	11,80	2,50	23,64	81,255
C.....	14,07	2,515	24,42	80,54
D.....	16,00	2,50	25,10	80,61
E.....	17,46	2,505	25,64	80,46
F.....	18,67	2,50	26,00	80,20
G.....	19,58	2,50	26,20	80,14
H.....	20,40	2,497	26,48	80,125
I.....	21,11	2,50	26,64	80,00
J.....	21,54	2,485	26,79	80,06
K.....	22,01	2,505	27	80,17
L.....	22,33	2,49	26,98	80,095
M.....	22,79	2,51	27	80,04
N.....	23,19	2,495	27	79,885
O.....	23,57	2,505	27	79,89
P.....	24	2,475	27	79,79
Q.....	23,945	2,507	27	79,75
R.....	23,99	2,502	27,10	79,815
S.....	24,04	2,506	27	79,76
T.....	24,05	2,39	27,15	79,715
T ₀	12	—	27,15	79,715

Nous avons commencé par le demi-fond T en laissant un fond plein du côté de A. Le diamètre extérieur du bossage est de 27 mm. On a obtenu, pour le mode $\frac{\pi}{2}$:

Hauteur du bossage.	Longueur d'onde (cm).
3,37.....	10,146
2,18.....	10,083
1,55.....	10,028
1,365.....	10,000

Nous avons, de même, ajusté la hauteur du bossage

de la cavité A_0 en plaçant à la place de T la cavité T_0 précédemment obtenue.

Pour $h = 1,365$ mm, le diamètre extérieur étant 27 mm, la fréquence de résonance pour le mode $\frac{\pi}{2}$ est

$$f = 3\,000 \text{ Mc/s} \quad \text{ou} \quad \lambda = 10,000.$$

Les longueurs d'onde des 21 modes de résonance du guide ont été relevées (tableau IX) :

TABLEAU IX.

Mode.	Longueur d'onde (cm).	Mode	Longueur d'onde (cm).
$\pi \dots \dots \dots$	9,7333	$\frac{9\pi}{20} \dots \dots \dots$	10,042
$\frac{19\pi}{20} \dots \dots \dots$	9,745	$\frac{8\pi}{20} \dots \dots \dots$	10,084
$\frac{18\pi}{20} \dots \dots \dots$	9,756	$\frac{7\pi}{20} \dots \dots \dots$	10,123
$\frac{17\pi}{20} \dots \dots \dots$	9,771	$\frac{6\pi}{20} \dots \dots \dots$	10,167
$\frac{16\pi}{20} \dots \dots \dots$	9,790	$\frac{\pi}{4} \dots \dots \dots$	10,2075
$\frac{3\pi}{4} \dots \dots \dots$	9,812	$\frac{\pi}{5} \dots \dots \dots$	10,242
$\frac{14\pi}{20} \dots \dots \dots$	9,835	$\frac{3\pi}{20} \dots \dots \dots$	10,270
$\frac{13\pi}{20} \dots \dots \dots$	9,8705	$\frac{2\pi}{20} \dots \dots \dots$	10,285
$\frac{12\pi}{20} \dots \dots \dots$	9,908	$\frac{\pi}{20} \dots \dots \dots$	10,300
$\frac{11\pi}{20} \dots \dots \dots$	9,9545	$0 \dots \dots \dots$	10,326
$\frac{\pi}{2} \dots \dots \dots$	10,000		

Le guide accélérateur est ainsi terminé et les cavités sont argentées afin d'améliorer leur coefficient de surtension. L'épaisseur de peau passant de 2,5 à 1,15 μ . Cette variation modifie très faiblement la fréquence de résonance d'environ 1/10^e de Mc/s.

3.3. TROU D'EXCITATION DU GUIDE ACCÉLÉRATEUR. — L'excitation du guide se fait par une ouverture rectangulaire faite dans la paroi latérale de l'un des éléments.

On perce ce trou en se guidant d'après la configuration du champ, de façon que le mode $\frac{\pi}{2}$ soit convenablement excité et que les modes voisins le soient peu. De cette façon, on différencie les modes dans leur intensité et l'on diminue ainsi l'importance des modes parasites.

La cavité choisie est la cavité H.

Pour que la puissance passe sans réflexion dans les cavités, il faut que l'impédance des cavités vue du guide transmettant la puissance soit égale à l'impédance caractéristique de ce dernier.

Définissons les différents coefficients de surtension que nous allons employer :

Q_0 est la qualité intrinsèque des cavités (les pertes Y_0 ne sont dues qu'à la dissipation par effet Joule dans les parois);

Q_1 est la qualité d'un circuit comprenant les cavités couplées à une charge adaptée (aux pertes

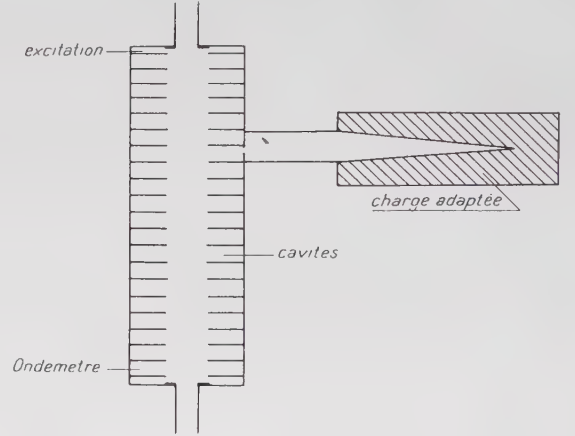


Fig. 14. — Dispositif de mesure pour déterminer le trou de couplage.

précédentes Y_0 s'ajouteront les pertes dues à la puissance dissipée dans cette charge G_0).

Q extérieur est défini par

$$(115) \quad \frac{1}{Q_1} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{ext}}.$$

En choisissant convenablement le plan de référence dans le guide d'alimentation, l'impédance Z mesurée en présence des cavités est donnée par

$$\frac{Z}{Z_c} = \frac{Q_c}{Q_{ext}}$$

par rapport à l'impédance caractéristique Z_c du guide.

Nous désirons donc obtenir $Q_c = Q_{ext}$, soit

$$(116) \quad Q_1 = \frac{1}{2} Q_c.$$

Nous obtenons cette condition en remplaçant le guide d'alimentation par un guide identique terminé par une charge adaptée (fig. 14). Les cavités sont excitées à partir du banc d'ondes station-

naires, nous mesurons Q_0 avant de percer le trou de couplage, puis nous agrandissons ce dernier jusqu'à obtenir

$$Q_1 = \frac{1}{2} Q_c.$$

La présence de l'ouverture change légèrement la configuration du champ à l'intérieur de la cavité et il est nécessaire de modifier le diamètre intérieur pour ramener la fréquence de résonance du mode π_2 à 3 000 Mc/s. Les cotes a' , b' de l'ouverture et $2b$ ont été obtenues par une série d'essais. Les valeurs des différents paramètres sont présentés dans le tableau X ci-dessous.

TABLEAU X.

Étude de l'ouverture de couplage cavités-guide.

a' (mm).	b' (mm).	λ (cm).	Coefficient de surtension.
1 ^{er} essai : cavité H, $h = 20,40$ $2b = 80,125$.			
0	0	10,000	6 000
40	0,5	10,0045	3 750
40,35	0,65	10,009	3 000
2 ^e essai : $h = 20,40$, $2b = 80,02$.			
0	0	9,9975	6 000
20	4	9,999	5 000
28	4	10,0015	3 840
30	4	10,005	3 660
32	4	10,006	2 880
3 ^e essai : $h = 20,40$, $2b = 79,98$.			
0	0	9,991	6 000
32	4	9,9995	3 500
33	4	10,001	3 000

La cavité H aura donc pour cote définitive (en mm) :

$$h = 20,40, \quad 2b = 79,98, \quad 2a = 26,48, \\ a' = 32,2. \quad b' = 4.$$

3.4. JOINT SANS RÉFLEXION ENTRE DEUX GUIDES.

— Pour isoler la partie non sous vide du reste de l'accélérateur, on a prévu un joint en mica. Afin de diminuer au minimum le taux d'ondes stationnaires qu'il introduit, on le place dans une pièce représentée à la figure 15, dont les dimensions ont été ajustées expérimentalement, en vérifiant le taux d'ondes stationnaires introduit. Cette pièce peut être assimilée à une ligne de transmission branchée en série dans le guide; comme sa longueur est voisine d'une demi-longueur d'onde, elle introduit une impédance série nulle. La profondeur a été choisie voisine d'un quart de longueur d'onde afin

qu'au point de jonction des deux pièces le courant soit minimum.

Le joint étant placé entre le banc d'ondes station-

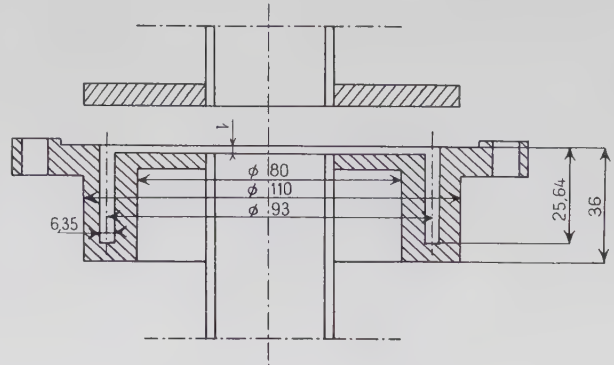


Fig. 15. — Joint sans réflexion pour guide rectangulaire.

naires et une charge adaptée, on observe les taux suivants :

Pour $\lambda = 10$ cm,	on a	1,04 sans joint et	1,07 avec joint
9,1		1,08	» 1,11
10,5		1,03	» 1,05

On note que, même lorsque le joint est tourné de 20° environ, le taux d'ondes stationnaires ne dépasse pas 1,12.

La figure 16 représente le guide avec l'extérieur

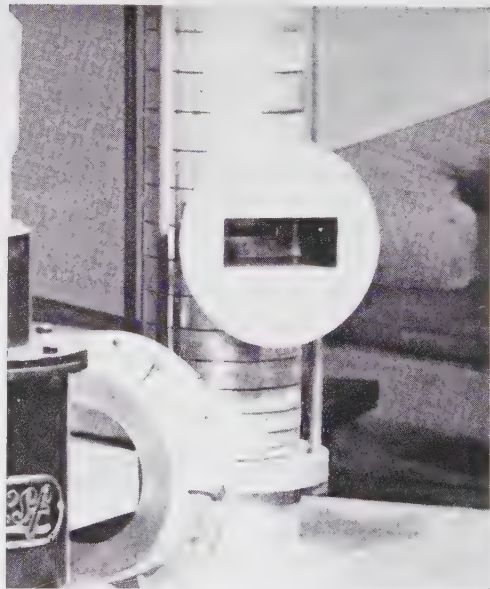


Fig. 16. — Trou de couplage des cavités au guide et joint.

du joint et la partie du joint reliée au guide accélérateur.

Étude du joint avec une feuille de mica. — Le même dispositif expérimental que précédemment est employé. On mesure le taux d'ondes stationnaires :

Sans mica.....	—	$\tau = 1,07$
Avec mica.....	$e = 1/10^e$ de mm	$\tau = 1,16$
	$e = 3/10^e$	$\tau = 1,20$
	$e = 6/10^e$	$\tau = 1,43$

On mesure alors le taux d'ondes stationnaires au voisinage de 10 cm et le minimum obtenu doit correspondre à cette valeur de la longueur d'onde.

Les valeurs obtenues sont représentées tableau XI et figure 18.

L'écart de fréquence est noté par rapport au minimum de la courbe.

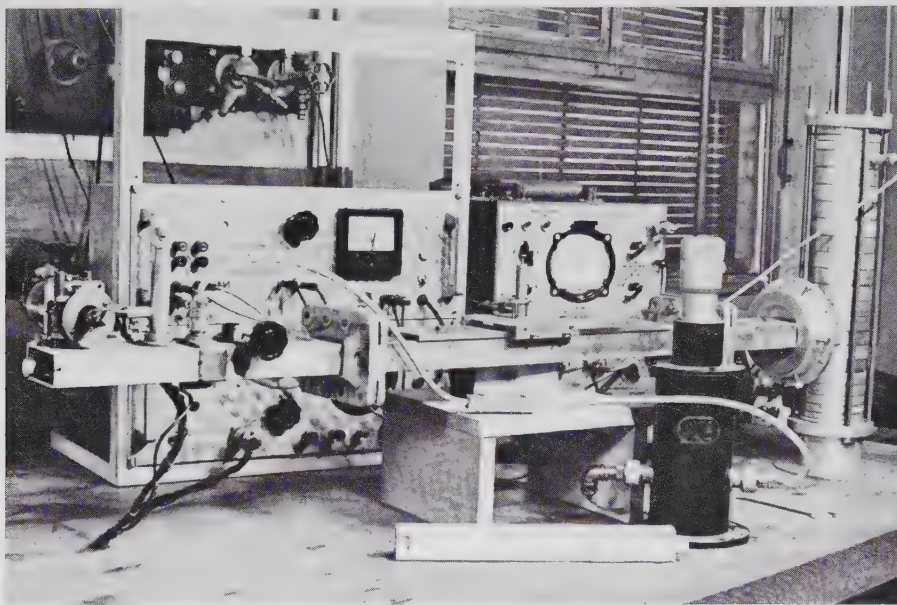


Fig. 17. — Dispositif de mesure du champ dans le guide accélérateur.

La feuille de mica qui doit résister à la pression, a pour épaisseur

$$e = 3/10^e \text{ de mm.}$$

4. Mesures sur le guide.

4.1. TAUX D'ONDES STATIONNAIRES EN FONCTION DE LA FRÉQUENCE. — On peut alors vérifier que les dimensions de l'ouverture sont convenables en plaçant le guide accélérateur muni de ce joint, à l'extrémité du banc d'ondes stationnaires (fig. 17).

TABLEAU XI.

Fréquence de résonance (Mc/s).	Écart de fréquence (Mc/s).	Lecture maximum et minimum du courant détecté (μ A).	Taux d'ondes stationnaires.
3000,6.....	+0,55	3×84	5,28
3000,44.....	+0,390	$6,5 \times 80$	3,65
3000,4.....	+0,350	$7,5 \times 79$	3,24
3000,2.....	+0,15	18×72	2
3000,1.....	+0,05	32×56	1,32
3000.....	—0,05	34×62	1,35
2999,8.....	—0,25	11×64	2,53
2999,6.....	—0,45	$3,5 \times 97$	5,25

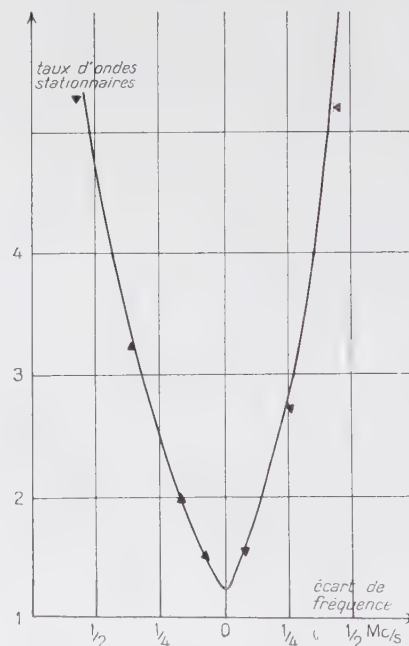


Fig. 18. — Taux d'ondes stationnaires dans l'accélérateur en fonction de f .

La valeur minimum du taux obtenu est 1,20 pour une fréquence de résonance de 3 000,05 Mc/s.

4.2. DISTRIBUTION DU CHAMP LE LONG DE L'AXE DU GUIDE ACCÉLÉRATEUR. — On a mesuré la distribution du champ électrique le long de l'axe à faible puissance, en utilisant la méthode de J. Müller [15].

Le long de l'axe, le champ est uniquement électrique et il varie à peu près sinusoïdalement. Cette loi théorique n'est qu'approchée, en pratique, à cause des irrégularités inévitables dans les dimensions des diaphragmes : le diamètre des trous en particulier est un paramètre critique; de très petites variations dans sa grandeur ont de très fortes répercussions sur la répartition du champ.

La méthode de Müller consiste à mesurer les petites variations de la fréquence de résonance quand on perturbe localement le champ en y introduisant une petite bille de cuivre.

Si l'on déplace le long de l'axe cette bille, on observera une déviation de fréquence qui variera progressivement avec l'abscisse de la bille sur l'axe : lorsque la bille est en un point où le champ est nul, elle n'a aucun effet, tandis qu'elle apporte une grande perturbation quand elle est en un point où il est maximum. On a donc déplacé le long de l'axe une bille de bronze de 5 mm de diamètre fixée sur un fil de nylon de 12/100^e de millimètre et nous avons mesuré les écarts de fréquence observés. Le diamètre de la bille a été choisi de façon qu'elle introduise un écart de fréquence mesurable avec assez de précision sans toutefois apporter une perturbation trop forte aux distributions du champ.

Le dispositif expérimental est fourni par la figure 17.

Un soin particulier a été apporté à ce que la bille se déplace bien sur l'axe.

On a relevé la position géométrique de la bille par rapport à une origine arbitraire fixée par rapport aux cavités et la fréquence par rapport aux divisions de l'ondemètre, que l'on a exprimée en déviation de fréquence par rapport à la fréquence maximum.

Ces valeurs ont permis d'obtenir la courbe figure 12. Les minima de champ correspondent aux plans médians des cavités A, C, E, G, I, K, M, O, Q, S, avec une bonne précision; les pointes se font à environ 2 mm d'erreur près, ce qui provient des dimensions géométriques de la bille qui a 5 mm de diamètre.

La précision sur la position des maxima est moins bonne à cause des perturbations apportées dans la répartition du champ par la bille.

TABLEAU XII.

Longueur d'onde de résonance du guide. 10,00175 λ_{cm}
Longueur d'onde de résonance avec le fil
de nylon sur l'axe sans bille..... 10,002

Position géométrique.	Écart de fréquence (Mc/s).	Position géométrique.	Écart de fréquence (Mc/s).
600.....	0	354.....	0,3
595.....	0,1	346.....	0
590.....	0,4	341.....	0
582.....	0,2	330.....	0,3
579.....	0	317.....	0,6
569.....	0	317.....	0,54
559.....	0,3	310,5.....	0,24
552.....	0,6	302,5.....	0
545,5.....	0,7	293.....	0,08
534.....	0,1	287.....	0,4
526.....	0	284,5.....	0,56
513.....	0,2	280,5.....	0,64
509.....	0,24	275,5.....	0,5
503.....	0,7	268,5.....	0,2
497.....	0,76	262.....	0
487.....	0,4	258.....	0
473,5.....	0	251.....	0,3
463,5.....	0,24	246,5.....	0,56
456.....	0,6	241,5.....	0,44
451.....	0,7	236,5.....	0,2
442.....	0,24	232.....	0
431,5.....	0	226.....	0,04
415,5.....	0,4	220,5.....	0,3
408.....	0,7	217.....	0,4
400,5.....	0,4	214.....	0,36
394,5.....	0,16	211.....	0,16
386,5.....	0	206,5.....	0
369,5.....	0,1	203.....	0,1
361.....	0,6	190.....	0

On a dessiné, sur la même figure, la position des cavités du guide accélérateur et la forme du champ électrique le long de l'axe.

Cette distribution correspond bien au mode $\frac{\pi}{2}$.

Remarque. — 1^o La variation avec l'abscisse de l'amplitude des écarts de fréquence qui passent de 0,4 à 0,7 Mc/s est liée à la hauteur des cavités.

2^o Pour les premières cavités, la précision est réduite, car le rapport entre le diamètre de la bille et la hauteur des cavités devient important.

4.3. MESURE DU COEFFICIENT D'ATTÉNUATION (méthode de Müller). — L'écart de fréquence produit par l'introduction de la sphère au point M peut être calculé en fonction du champ régnant en M et de la valeur quadratique moyenne du champ E et du champ H dans toute la cavité. Si, en effet, on considère une cavité résonnant à la fréquence f et que

l'on déforme la paroi, on obtient une nouvelle fréquence de résonance $f + df$; l'écart de fréquence df est donné par

$$\frac{2df}{f} = \frac{\int_V (\varepsilon E^2 - \mu H^2) dV}{\int_V \varepsilon E^2 dV},$$

où V est le volume de la déformation, H et E les amplitudes du champ au point courant de la zone perturbée, V le volume total du résonateur.

Cette loi a été donnée d'abord par J. Müller [15], puis établie par une voie simple par P. Grivet [16];

Calcul du coefficient de forme. — Le coefficient de forme σ , défini au paragraphe 1.15 et qui reste le seul élément à nous faire défaut pour calculer le champ E_0 en fonction de la puissance d'alimentation est donné par la formule (47) que nous reproduisons :

$$(116) \quad \sigma = \frac{\lambda_0}{\pi b} \frac{E_0}{\sqrt{\langle E^2 \rangle}},$$

$\sqrt{\langle E^2 \rangle}$ étant simplement la valeur quadratique moyenne de E :

$$(117) \quad \langle E^2 \rangle V = \int_V E^2 dV.$$

Dans le paragraphe précédent, on a mesuré la

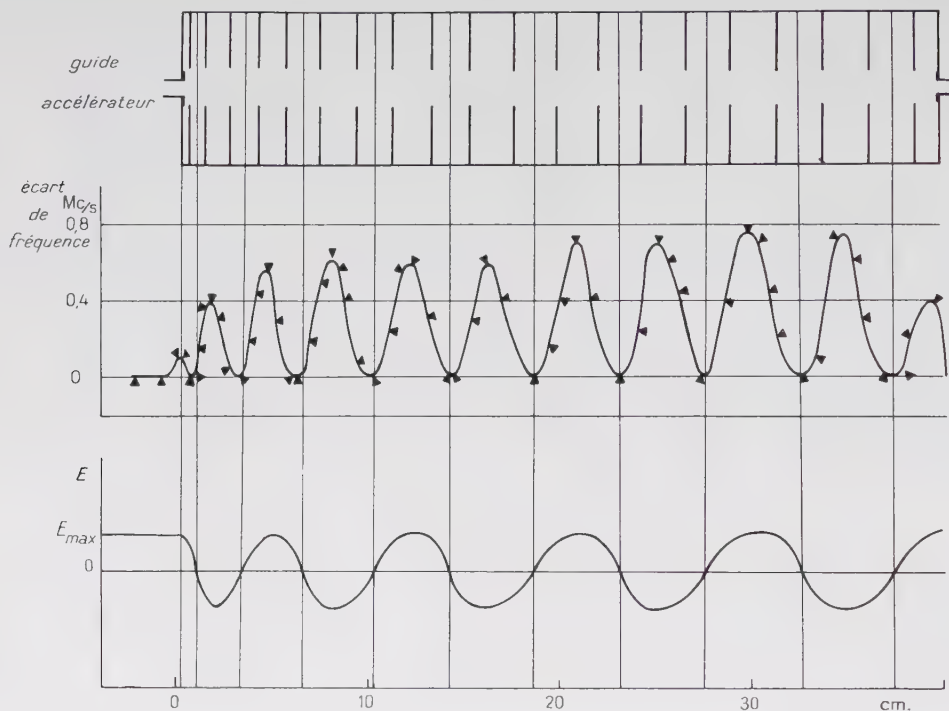


Fig. 19. — Déviation de fréquence due à une bille de cuivre et champ dans le guide accélérateur.

elle a été utilisée récemment et indépendamment par Maier et Slater [17]. L'introduction d'une sphère peut être considérée comme la perturbation de la cavité vide : il suffit de faire croître le rayon de la sphère perturbatrice depuis zéro jusqu'à la valeur réellement utilisée r et J. Müller a exprimé la perturbation finale par une formule qui se réduit ici à :

$$(115) \quad \frac{df}{f} = \frac{3}{2} \frac{v E^2}{\int_V E^2 dV},$$

v est le volume de la sphère exploratrice, $\int_V E^2 dV$ est le double de $\frac{W}{\varepsilon}$, W énergie totale contenue dans le résonateur.

déviation maximum de fréquence Δf correspondant au maximum du champ le long de l'axe. E_0 étant l'amplitude maximum du champ accélérateur dans le régime d'ondes stationnaires existant à l'intérieur du guide, l'amplitude maximum du champ sera donc $2E_0$ et la formule (115) donnera

$$(118) \quad \frac{\Delta f}{f_0} = \frac{3}{2} \frac{v (4E_0^2)}{\int_V E^2 dV} = \frac{6v E_0^2}{\int_V E^2 dV}.$$

En combinant les formules (116), (117), (118), on obtient finalement

$$(119) \quad \sigma = \frac{\lambda_0}{\pi b} \frac{1}{\sqrt{6} \frac{v}{V} \frac{f_0}{\Delta f}},$$

avec $V = \pi b^2 l$, si l'on néglige le volume des cloisons (dont on pourrait d'ailleurs tenir compte si la précision des mesures l'exigeait) et en remplaçant f_0 par $c\lambda_0$, on obtient

$$(120) \quad \sigma = \sqrt{\frac{\lambda_0^3 l}{6\pi v c}} \Delta f,$$

λ_0 étant la longueur d'onde de résonance lue à l'ondemètre.

Les valeurs de Δf que nous avons obtenues varient un peu du fait que ce guide accélérateur n'est pas constitué de cavités toutes identiques. Aussi nous prendrons pour Δf la valeur moyenne 0,65 Mc/s.

On a

$$r = 0,25 \text{ cm}, \quad l = 39,6 \text{ cm},$$

d'où

$$\sigma = 0,83.$$

Nous pouvons alors calculer la puissance d'alimentation nécessaire pour obtenir un champ accélérateur de 30 kV/cm comme nous le désirons.

Nous avons obtenu (43)

$$(122) \quad W_0 = \frac{E^2 \lambda_0 l}{377 \sigma^2 Q_0}.$$

L'acuité de la courbe de résonance nous a donné

$$Q_0 = 6000$$

on a

$$E = 30000 \text{ V/cm}, \quad l = 39,6 \text{ cm}, \quad \lambda_0 = 10 \text{ cm},$$

$$\sigma = 0,83, \quad Q_0 = 6000,$$

$$\frac{30000^2 \times 10 \times 40}{377^2 \times 0,83^2 \times 6000} = 230000 \text{ W}.$$

Il sera donc nécessaire de fournir une puissance d'environ 230 kW au guide accélérateur.

On voit tout l'intérêt que présente, pour les cavités, une valeur élevée de Q .

4.4. MESURES APRÈS MONTAGE. — Le tube accélérateur a été placé sous vide et l'on mesure le taux d'ondes stationnaires produit dans le guide d'excitation.

On note que la fréquence de résonance de l'ensemble est légèrement modifiée lorsque l'on fait le vide.

Le tube accélérateur n'étant pas sous vide, on observe pour le mode $\frac{\pi}{2}$:

$$\lambda = 10,0045,$$

avec un vide de l'ordre de 10^{-2} mm de Hg. On a

$$\lambda = 10,002,$$

ce qui peut s'expliquer par la disparition de l'air; une légère déformation du métal est peut-être à envisager aussi. Plus mystérieuse est la variation ultérieure lorsque l'on passe à un vide de $0,5.10^{-6}$ mm, où l'on observe

$$\lambda = 9,999$$

et le taux d'ondes stationnaires est

$$\tau = 1,22.$$

Nous avons déterminé la position du premier minimum d'ondes stationnaires dans le guide d'alimentation à partir de l'ouverture d'excitation des cavités; on en déduit la position du plan représentatif du guide accélérateur; elle se trouve très sensiblement au niveau de l'ouverture à l'intérieur de la cavité; il s'agit là d'un plan fictif, où un obstacle plan équivalent devrait provoquer un minimum de tension. Le résonateur s'y trouve donc représenté par l'admittance transformée de la résistance shunt ordinaire, par une section quart d'onde du guide.

III. — SOURCE DE PUISSANCE HYPERFRÉQUENCE.

1. Adaptation de la source hyperfréquence aux cavités accélératrices.

1.1. PROBLÈME DU COUPLAGE DU MAGNÉTRON AUX CAVITÉS. — La source qui alimente l'accélérateur est un magnétron. Il débite dans un guide rectangulaire qui conduit la puissance à l'accélérateur où elle est introduite par un trou dans la paroi latérale d'une cavité. Les dimensions du trou de couplage ont été discutées au chapitre précédent et nous n'envisagerons ici que les problèmes particuliers au couplage d'une cavité de très forte surtension à un magnétron.

La distance de l'un à l'autre est d'environ huit longueurs d'onde et ne peut être réduite, car il faut protéger les électrons accélérés contre le champ parasite produit par l'électroaimant du magnétron. La longueur de la ligne de jonction est donc des plus modérée et les difficultés proviennent uniquement du fait que la charge est résonnante : elles se manifestent non dans le régime permanent, mais dans la phase d'établissement du champ et ce sont les mêmes effets qu'avaient antérieurement rencontrés les expérimentateurs qui ont tenté de stabiliser la fréquence d'un magnétron en le couplant à une cavité résonnante.

1.2. LE MAGNÉTRON. — Nous rappellerons d'abord un certain nombre de propriétés classiques du magnétron. Les conditions d'utilisation de ce tube sont, en général, définies par un diagramme dit de « Riecke »; il figure les courbes d'égales fréquences et celles d'égales puissances dans le plan d'un diagramme de Smith circulaire, où sont portées en abscisses la partie imaginaire (susceptance) et en ordonnées la partie réelle (conductance) de l'admittance dans laquelle débite le magnétron. L'admittance considérée est l'admittance d'onde réduite rapportée à une section particulière du guide standard auquel le magnétron se trouve normalement

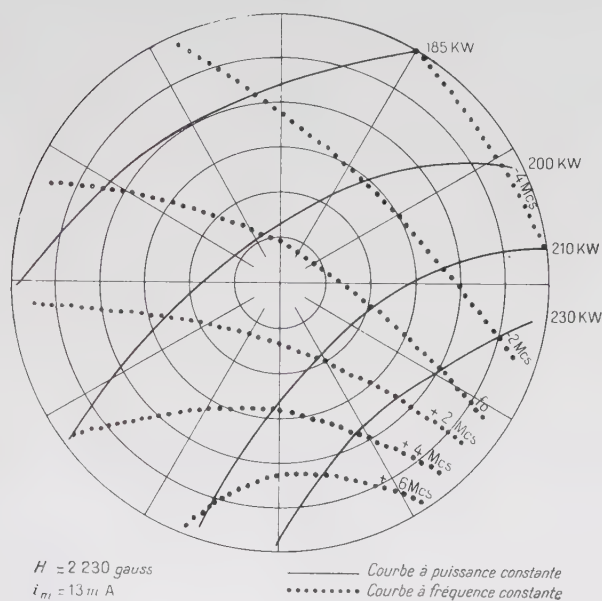


Fig. 20. — Diagramme de Riecke du magnétron MC 101.

adapté; le diagramme change légèrement de forme suivant le choix du plan de référence dans le guide; celui du magnétron MC 101 est représenté sur la figure 20. En l'occurrence, le plan choisi pour le magnétron est celui où se situe le minimum des ondes stationnaires le plus proche du tube, lorsque celui-ci est relié au tube et que l'on attaque ce guide avec une source auxiliaire adaptée sur une longueur d'onde légèrement différente de la longueur d'onde de résonance du magnétron.

1.3. FRÉQUENCE DE FONCTIONNEMENT DE LA CHARGE. — *a. Régime permanent.* — En général, la fréquence de fonctionnement se détermine en traçant, sur le diagramme de Riecke du magnétron, la courbe de l'admittance d'utilisation en fonction de la fréquence : le point d'intersection de la caractéristique de fréquence du magnétron et de la

caractéristique de fréquence de la charge donne la fréquence de fonctionnement cherchée. Cette opération ne mène pas directement au but ici, car la charge est trop différente de celles que l'on utilise habituellement avec les magnétrons : la construction graphique peut bien mener à un point de fonctionnement acceptable si l'on utilise la caractéristique de la charge en régime permanent; mais on constate expérimentalement que la prévision est fautive et il est bien connu qu'il est impossible de faire osciller un magnétron lorsqu'on le branche directement sur un résonateur de forte surtension, quels que soient les moyens que l'on emploie pour adapter cette charge par des moyens normaux. Ce paradoxe apparent s'explique ainsi : le régime d'établissement joue un rôle essentiel dans le processus et il faut en tenir compte dans la théorie, autrement dit les conditions de bon fonctionnement permanent peuvent bien être réalisées, mais l'appareil ne marche cependant pas parce que l'accrochage des oscillations est impossible. Il nous faut donc :

1° Modifier la théorie, en représentant correctement la charge, durant le régime d'établissement. Nous pourrions alors expliquer l'échec de l'alimentation directe;

2° Trouver un procédé de couplage particulier qui permette simultanément l'accrochage des oscillations et le fonctionnement permanent : il consistera à intercaler une résistance série entre la source et la charge. Cette solution ramène à la normale le comportement de la charge totale, mais la résistance de stabilisation consomme, en pure perte, une part importante de la puissance initiale.

b. Régime transitoire. — Lors du démarrage des oscillations, les caractéristiques du résonateur sont bien éloignées de celles normales en régime permanent. Suivant une méthode classique, on les reliera simplement les unes aux autres, en attribuant une valeur complexe à la fréquence, pendant la période initiale

$$\omega = \omega_1 - j\omega_2.$$

La résistance ordinaire du résonateur reste inchangée, mais sa self et sa capacité amènent la naissance de termes résistifs apparents et nouveaux.

Ces termes réels correspondent énergétiquement, non à des pertes Joule, mais à l'énergie qui s'emmagine dans le résonateur. Ainsi, lors de l'établissement des oscillations, ces termes sont très grands, puis tendent vers zéro à la fin du régime transitoire; il apparaît ainsi une conductance d'abord très grande, puis qui tend vers zéro à mesure que l'on

approche du régime permanent. La cavité se comporte au début comme un court-circuit et l'on comprend bien pourquoi le magnétron ne peut pas démarrer ses oscillations quand il est branché directement sur ce court-circuit.

1.4. RÔLE DE LA RÉSISTANCE STABILISATRICE. — Cette résistance a deux effets favorables.

D'abord, lorsque l'on a placé une résistance en

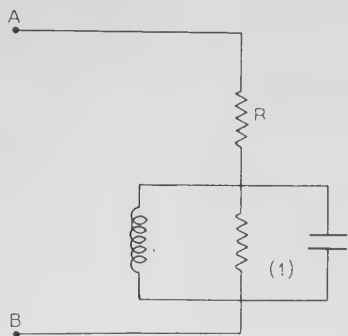


Fig. 21. — Schéma équivalent à la charge du magnétron.

série entre les cavités et le magnétron, toute la puissance se trouve dissipée dans cette résistance pendant le régime d'établissement; le magnétron retrouve ainsi, pendant cette phase critique, une charge à laquelle il est possible de l'adapter; l'adaptation peut n'être que très imparfaite, car le régime d'établissement dans la cavité est court devant la durée de l'impulsion. Il suffit que l'adaptation soit suffisante pour permettre l'accrochage des oscillations sur la fréquence choisie.

La résistance contribue aussi à stabiliser la fréquence qui s'établit sur la valeur désirée, celle de l'accélérateur.

En effet, le magnétron qui comporte un ensemble de cavités peut fonctionner sur plusieurs modes parasites. L'excitation de ceux-ci est favorisée par la présence de deux circuits résonnants (accélérateur et magnétron) de Q élevés.

Un auto-oscillateur, lorsqu'il comporte plusieurs circuits accordés, fonctionnera à la fréquence de celui qui présente le coefficient de surtension le plus élevé, c'est-à-dire celui qui a les pertes les plus faibles pour la fréquence de fonctionnement. Nous allons montrer que le magnétron fonctionnera à la fréquence de résonance de notre guide accélérateur grâce à la présence de la résistance de stabilisation.

Considérons la figure 21, où le circuit oscillant représente le guide accélérateur, A et B étant les sorties du magnétron. Lorsque la fréquence de fonctionnement sera celle de résonance de l'accélérateur,

le circuit (1) se comporte comme une résistance élevée et le courant qui circule dans la ligne de transmission est faible, ainsi que les pertes dans R . Au contraire, lorsque la fréquence de fonctionnement n'est pas celle de résonance, l'impédance du circuit (1) est faible, les courants qui circulent sont élevés et les pertes dans R sont grandes. La fréquence de résonance de l'accélérateur est donc privilégiée et c'est à cette fréquence que le magnétron fonctionnera.

1.5. REPRÉSENTATION DE LA CHARGE TOTALE SUR LE DIAGRAMME DE RIECKE. — Sur le diagramme de Riecke du magnétron, la courbe représentative de la cavité accélératrice lorsque l'on fait varier la fréquence est un cercle. L'impédance d'entrée d'une cavité vue du plan caractéristique (1) est, en effet,

$$z = j\omega l + \frac{M^2}{L^2} R \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) jQ}$$

$$\neq j\omega l + \frac{M^2}{L^2} R \frac{1}{1 + 2\Delta jQ},$$

$$\Delta = \frac{\omega - \omega_0}{\omega},$$

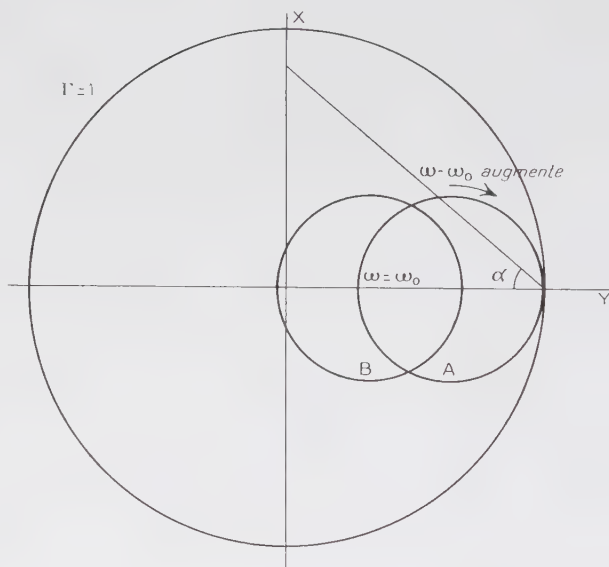


Fig. 22. — Diagramme de Smith d'une cavité.

où L , R , M , Q , l sont définis par analogie en comparant la cavité à un circuit oscillant.

Dans le diagramme relatif au plan (1), l'équation de cette courbe sera, en posant

$$z = 1 + jY,$$

$$1 = \frac{M^2}{L^2} \frac{R}{1 + j\Delta^2 Q^2}, \quad 1 + jY = j\omega l + \frac{M^2}{L^2} \frac{R \Delta Q}{1 + j\Delta^2 Q^2},$$

soit

$$(Y - \omega L)^2 = \left(\frac{M^2 R}{L^2 \Gamma} - 1 \right) \Gamma^2 = \left(\Gamma - \frac{M^2}{2L^2} R \right)^2 - \left(\frac{M^2}{2L^2} R \right)^2.$$

La courbe dans le diagramme de Riecke du magnétron se déduira de cette dernière par inversion et symétrie et nous aurons bien encore un cercle.

Lorsque la fréquence de fonctionnement est égale à la fréquence de résonance, on a une admittance réelle; lorsqu'elle est très différente, l'admittance devient nulle. Le cercle représentant la charge transformée est donc tangent au cercle $\Gamma = 1$ (fig. 22), position A. Si l'on place une résistance (admittance réelle X) en série avec ce circuit résonnant, la courbe d'admittance reste un cercle qui s'obtient à partir du précédent par la translation parallèle aux abscisses de module X, position B.

La position de ces cercles sur le diagramme en première approximation est fixée par la distance électrique entre les cavités et le magnétron. Le cercle faisant un tour complet lorsque la ligne de transmission est augmentée de $\frac{\lambda_g}{2}$.

Considérons le diagramme de Riecke (fig. 23). Le plan de référence du circuit du magnétron est défini par le point C où les lignes de fréquence constante semblent converger.

Nous allons placer le cercle de charge. Considérons d'abord le cercle A des cavités sans résistance série. La distance électrique des cavités au magnétron sera voisine d'un nombre entier de $\frac{\lambda_g}{2}$. Le diagramme va nous montrer que cette position est la seule assurant la stabilité de fréquence nécessaire. En effet, pour avoir une oscillation stable, il faut qu'une variation de fréquence provoque un changement d'admittance de la cavité qui se répercute par un changement de fréquence du magnétron de sens opposé à la variation initiale virtuelle; sur la figure 23, on envisage quatre positions possibles du résonateur et l'on voit que la position (1) seule convient. La position (3) présente uniquement des points d'instabilité, tandis que pour les positions (2) et (4), l'instabilité se produit soit pour des fréquences supérieures (2), soit inférieures (4) à la fréquence de résonance de la cavité.

Les cavités seront donc placées à $n \frac{\lambda_g}{2}$ du magnétron.

Cependant, dans ces dernières conditions, le point représentant ω_0 se trouve à l'intérieur de la région d'instabilité du magnétron (point C) et l'on vérifie que le magnétron ne pourra pas osciller d'une façon satisfaisante à la fréquence de résonance de l'accélérateur.

Si l'on introduit maintenant la résistance série de stabilisation, le cercle prendra la position B et le point de fonctionnement ne sera plus à l'intérieur, ni même au voisinage de la zone d'instabilité et le montage fonctionnera. En revanche, la puissance fournie par le magnétron sera légèrement plus faible et une partie de celle-ci sera dissipée dans la charge.

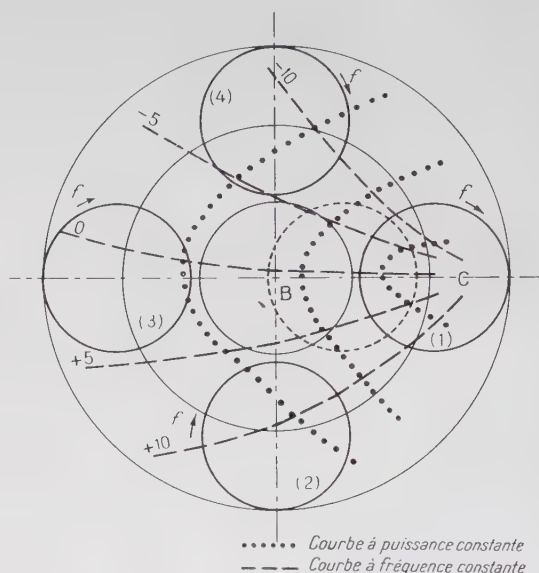


Fig. 23. — Représentation d'une cavité sur le diagramme de Riecke.

1.6. STABILITÉ DES OSCILLATIONS DU MAGNÉTRON. — Si nous représentons, dans le plan des admittances (X, Y) la courbe H correspondant au circuit électronique du magnétron (admittance électronique) et K correspondant à sa charge (cavités du magnétron, circuit de couplage, cavités accélératrices), le point de fonctionnement correspondra à l'intersection de ces deux courbes. Il est possible d'étalonner H en tension et K en fréquence et d'obtenir ainsi les valeurs de ces deux paramètres correspondant au point de fonctionnement. Si les fréquences de résonance de l'accélérateur et du magnétron sont exactement les mêmes, la courbe sera symétrique par rapport à l'axe des X et suivant la valeur de R elle pourra prendre les formes de la figure 24 ou 25 [20]. Lorsque les deux fréquences sont légèrement décalées, les courbes se déplacent dans le plan et subissent des déformations dissymétriques.

Ainsi, il est possible que les courbes H et K aient plusieurs points d'intersections et que le magnétron puisse osciller sur plusieurs fréquences correspondant aux points A, B, C.

Nous n'étudierons pas en détail la stabilité des oscillations en ces trois points A, B, C; ce problème a été envisagé pendant la guerre par les chercheurs

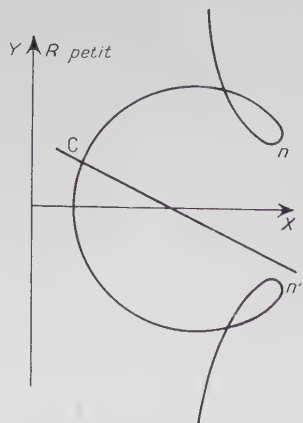


Fig. 24. — Courbe de fonctionnement magnétron-cavités avec R petit.

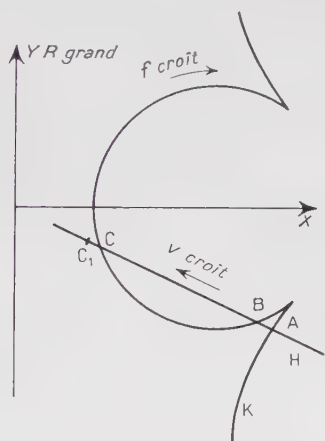


Fig. 25. — Courbe de fonctionnement magnétron-cavités avec R grand.

qui essayaient de stabiliser la fréquence d'un magnétron avec une cavité résonnante; nous renverrons à Collins [18], *Le magnétron* (article de Riecke) et à Slater [19] (*Microwave electronics*, p. 98-101 et 200-205) pour un compte rendu détaillé de cette théorie, dont nous citerons seulement le résultat; elle montre que des trois points A, B, et C seuls les points A et C correspondent à un fonctionnement stable (fig. 25).

Lorsque le magnétron se met à fonctionner, la tension s'établit à partir de zéro pour chaque impulsion et le point représentatif se déplace sur la courbe H de la droite vers la gauche; la fréquence d'oscillation correspondra au point A.

En ce point qui ne correspond pas à la fréquence

de résonance de l'accélérateur, très peu de puissance pénétrera dans celui-ci et il n'y aura aucune possibilité d'accélérer les électrons. La puissance sera dissipée dans les cavités du magnétron. C'est ce qui se produirait toujours si l'on couplait directement les cavités au magnétron sans résistance série (fig. 26).

Mais lorsque la résistance série est branchée, il est possible, en choisissant sa valeur, de déplacer la courbe K vers les Y positifs ou négatifs. On peut alors l'amener dans la disposition représentée figure 24, où les points A et B ont disparu et où il ne reste que le point C; on parvient à ce résultat en faisant varier la fréquence de résonance du magnétron ou celle de l'accélérateur. Le fonctionnement en un point tel que C est caractérisé par une fréquence de travail égale à la fréquence de résonance de l'accélérateur ou extrêmement voisine.

La latitude de réglage correspond à un déplacement vertical de la courbe d'une distance égale à l'ouverture (n, n') qui est d'autant plus grande que R est grand.

Au voisinage de la résonance (C), à une petite variation de fréquence correspond une grande variation de l'admittance du circuit résonnant (il n'en est plus de même en un point tel que A ou B). On pourrait le montrer en graduant la courbe de la charge en fréquence, les graduations en intervalles égaux, seraient beaucoup plus espacées en C qu'en A et B; c'est une propriété fondamentale des circuits

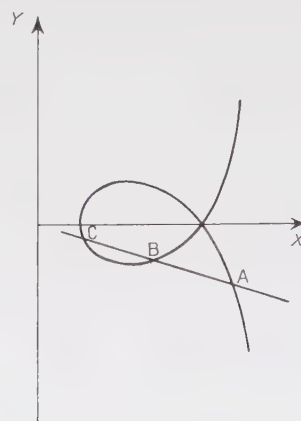


Fig. 26. — Courbe de fonctionnement magnétron-cavités sans R .

résonnants. Il se produit donc une sorte de stabilisation automatique; la variation des paramètres d'accord des circuits ou de fonctionnement du magnétron ont une très faible influence sur la fréquence de fonctionnement.

17. RÔLE NÉGLIGEABLE DE LA LONGUEUR DE LA LIGNE DE TRANSMISSION. — Nous avons supposé, dans tout ce qui précède, que la ligne de transmission n'apportait aucune perturbation. C'est ce qui se passe lorsqu'elle est courte et de longueur égale à $\frac{\lambda_g}{2}$.

En réalité, la ligne présente une longueur électrique θ :

$$\theta = \frac{2\pi l}{\lambda_g},$$

qui est notable et peut différer légèrement de $n \frac{\lambda_g}{2}$.

La courbe Y, fonction de X, peut alors prendre la forme indiquée sur la figure 27. Dans le problème de l'accélérateur où l est voisin de $8\lambda_g$, il n'y a pas

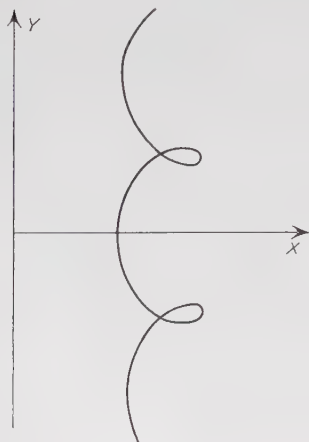


Fig. 27. — Influence de la longueur de la ligne de couplage.

encore apparition de boucles et la courbe ne sera que légèrement déformée; Shepherd et Pierce, dans une étude sur les klystrons [20], ont montré que les boucles n'apparaissent que pour

$$\eta > \frac{2Q_e}{\rho \pm 1},$$

où ρ est le taux d'ondes stationnaires dans la ligne de transmission et Q_e la qualité « extérieure » de la charge du magnétron.

Pour la ligne envisagée, les premières boucles n'apparaîtraient que si le taux d'ondes stationnaires devenait supérieur à 2,2, ce qui n'est pas à considérer.

$$\eta = \frac{2\pi 8\lambda_g}{\lambda_g} = 10,$$

$$\rho > \sqrt{\frac{200}{10} + 1}, \quad \rho > 2,2.$$

En conclusion, la présence de la résistance série, stabilisera donc le fonctionnement du magnétron

et permettra d'introduire la puissance hyperfréquence à l'intérieur de l'accélérateur.

1.8. CONSTRUCTION DE LA RÉSISTANCE DE STABILISATION S. — Celle-ci sera constituée par une charge adaptée placée à l'extrémité de la branche 3

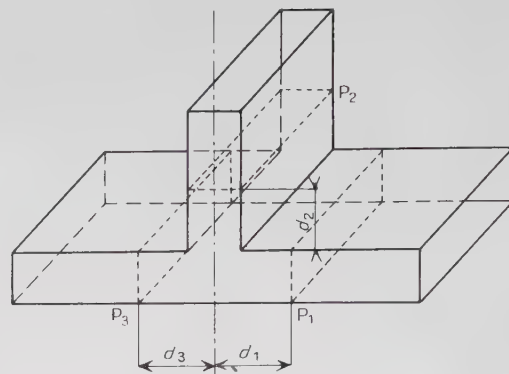


Fig. 28. — T droit.

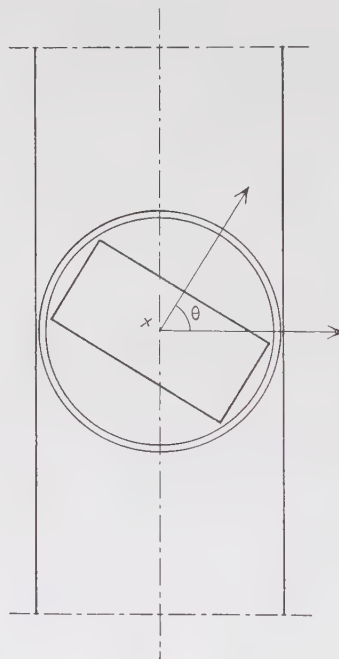


Fig. 29. — T tournant.

d'une jonction en T. Cette charge réalise l'impédance caractéristique du guide et le T la transforme en une résistance égale placée en série entre l'accélérateur et le magnétron.

Deux modèles de T ont été essayés. Le premier (fig. 28) est un T ordinaire et fait apparaître en série une résistance fixe, Z_c (Z_c impédance caractéristique d'onde du guide).

Dans le second, la branche C qui a la forme indiquée figure 29, peut effectuer une rotation autour de

l'axe Ox. De cette façon, il est possible de faire varier la valeur de R depuis la valeur Z_c impédance caractéristique du guide à une valeur voisine de zéro lorsque la branche C a tourné de 90° par rapport à sa position normale.

La position du magnétron et des cavités doit être repérée par rapport aux plans caractéristiques du guide.

Ces plans P_1, P_2, P_3 ont été déterminés expérimentalement. Les valeurs obtenues sont en bon accord avec les courbes théoriques tracées par Frank et Chu [21].

Pour déterminer ces plans, on place, dans la branche 3 du T, un piston réflecteur mobile, dans la branche 2, une charge adaptée et l'on envoie la puissance par la troisième branche dans laquelle on mesure le taux d'ondes stationnaires. Lorsque le piston se trouvera dans un plan caractéristique, aucune puissance ne sera envoyée dans la branche où se trouve la charge adaptée et le taux d'ondes stationnaires mesuré sera infini. La position du minimum d'ondes stationnaires dans l'expérience précédente fournit le plan caractéristique de la branche 1. On peut alors obtenir le troisième plan dans la branche 2, en recommençant les mêmes mesures, mais, cette fois, en plaçant le réflecteur dans la branche 2 et la charge adaptée dans la branche 3. Les distances ont été mesurées à partir du plan de symétrie et du plan du coude (fig. 28). On a obtenu

$$d_2 = 3 \text{ cm}, \quad d_1 = d_2 = 3,8 \text{ cm}.$$

Les valeurs données par Frank et Chu pour $\frac{b}{\lambda_g} = 0,193$, $\frac{d_2}{\lambda_g} = 0,22$, sont

$$d_2 = 3,3 \quad \text{et} \quad \frac{d_1}{\lambda_g} = 0,264 = 4,05 \text{ cm}.$$

Les valeurs q_1, q_2, q_3 de l'admittance réduites dans les trois branches rapportées aux plans P_1, P_2, P_3 sont reliées d'après Allanson, Cooper, Cowling [22] par la formule

$$a_1 a_2 a_3 = a_1 a_2 a_3 = -jK,$$

où a_1, a_2, a_3, K sont des constantes, les admittances d'ondes étant comptées positives si les ondes se dirigent vers le centre du T. Par symétrie, $a_1 = a_3$ et quand la branche 2 est reliée à son impédance caractéristique

$$y_2 = (-1), \quad \text{d'où} \quad y_1 = \frac{a_2}{a_1} - \left(y_3 + j \frac{K}{a_1} \right).$$

Les valeurs de $\frac{a_2}{a_1}$ et $\frac{K}{a_1}$ sont, d'après les travaux de Frank et Chu pour $\frac{b}{\lambda_g} = 0,19$:

$$\begin{aligned} \frac{a_2}{a_1} &= 0,8 \quad \text{et} \quad \frac{K}{a_1} = -0,01, \\ y_1 &= 0,8 - (y_3 - j0,01), \\ y_1 &= 0,8 + y'_3 + 0,01j, \end{aligned}$$

y'_3 étant compté maintenant positivement si l'onde alimente la charge extérieure. On voit qu'il sera possible, avec un tel T, d'obtenir une transmission de la puissance presque sans réflexion à la seule condition que :

$$0,8 + y'_3 = 1.$$

Le terme imaginaire est, en effet, très petit; on voit ainsi l'avantage du T réglable; il permettra de remplacer 0,8 par 0,5, par exemple et d'élever d'autant y_3 ; on partagera plus avantageusement pour la charge utile la puissance totale.

Pour que la puissance pénètre dans les cavités, celles-ci seront placées à $n \frac{\lambda_g}{2}$ du plan caractéristique de la branche 3. Si elles étaient à $(2n+1) \frac{\lambda_g}{4}$, toute la puissance envoyée dans 1 serait dissipée dans la charge de la branche 2.

1.9. RÉGLAGE DES CONDITIONS DE COUPLAGE. — Il est pratiquement impossible de déterminer le plan caractéristique des cavités du magnétron par une mesure préliminaire, avec la précision nécessaire, car cet essai devrait être fait à puissance de fonctionnement normale, ce qui rend impossible l'usage des bancs d'ondes stationnaires ordinaires. Après la mesure, il serait difficile aussi de maintenir stables la longueur du guide d'alimentation qui comprend de nombreuses brides de raccordement. Enfin, il est nécessaire, au cours des essais, de faire varier les conditions de fonctionnement du magnétron, ce qui déplace son plan caractéristique. Toutes ces raisons ont rendu nécessaire l'usage d'un déphaseur réglable entre la source et l'utilisation. Le réglage est obtenu en deux étapes :

1° On introduit des morceaux de guide de petite longueur dans la ligne; un jeu d'éléments de longueurs variées permet de dégrossir la mise au point, à quelques millimètres près.

2° On achève le réglage en modifiant la longueur électrique d'un tronçon de guide de 30 cm de longueur, en faisant varier sa largeur, de manière continue.

Dans une section de 337 mm de longueur, on a découpé une fente de 3 mm de largeur et de 250 mm de long sur les deux plus grandes largeurs (fig. 30).

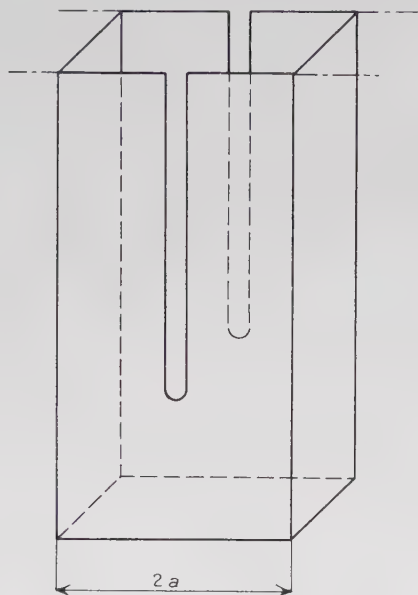


Fig. 30. — Déphaseur.

La longueur d'onde dans le guide pour le mode H_{01} est

$$\lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}},$$

où a est la plus grande largeur. Une variation de a se traduira donc par une modification de λ_g , c'est-à-dire de la distance entre les cavités et le guide.

Nous avons mesuré la variation correspondant à un serrage complet du guide en son centre en mesurant le déplacement du minimum d'ondes stationnaires sur un banc. Celui-ci équivaut à une augmentation de 4 mm de la longueur du guide.

Disposition générale des organes. — Le plan caractéristique A des cavités est placé à $\frac{4\lambda_g}{9}$, soit 304 mm du plan P_3 (fig. 28). La distance électrique à l'intérieur du magnétron de l'extrémité de l'antenne à la boucle de couplage est approximativement $\frac{\lambda_g}{2}$. La distance de P_1 au magnétron est $\frac{8\lambda_g}{2}$, soit 608 mm.

Deux tronçons variables A et B placés respectivement entre les cavités et P_3 , et entre le magnétron et P_1 , permettent de faire varier ces distances sur une longueur d'onde. La distance des cavités au magnétron est $\frac{12\lambda_g}{9}$.

2. Construction de la source hyperfréquence.

2.1. CARACTÉRISTIQUES DU MAGNÉTRON. — La puissance haute fréquence est fournie par un magnétron CSF type MC 101 (fig. 31) de caractéristiques suivantes :

Tension de chauffage, 5,3 V;
 Courant de chauffage, 2,6 A;
 Tension anodique maximum en crête, 27 000 V;
 Courant anodique maximum en crête, 35 A;
 Champ magnétique, 2 300 Oe;
 Entrefer nécessaire, 38 mm;
 Dissipation anodique avec ventilation, 500 W;
 Puissance utile maximum en crête, 500 kW;
 Rendement, 50 %;
 Taux de travail maximum, 0,0005 :

$$\frac{\text{Durée des impulsions}}{\text{Fréquence de répétition}} = 0,0005.$$

Le diagramme de Riecke pour $H = 2\,230$ Oe et $i_{\text{moy}} = 13$ mA a été représenté sur la figure 20.

La sortie du magnétron est constituée par une antenne terminée par une boule de 16 mm de diamètre afin de réduire les possibilités de claquage. Cette antenne est introduite dans le guide rectangulaire comme l'indique la figure 40. Un collier (19) permet d'en régler la pénétration.

Nous avons employé un électroaimant pour produire le champ directeur du magnétron. Cet électroaimant alimenté par une tension continue de 120 V



Fig. 31. — Magnétron MC 101 et valve.

a été étalonné au moyen d'un fluxmètre : un courant de 2,5 A nous permet d'obtenir 2 300 Oe.

Courant (A).....	2	2,4	2,6	2,8	3
Champ (Oe).....	2 110	2 215	2 325	2 300	2 425

2.2. DURÉE DES IMPULSIONS. — Pour qu'il s'établisse à l'intérieur du guide ondulé un régime

d'ondes stationnaires stable, il est nécessaire que la puissance soit envoyée durant un temps assez long pour que les périodes d'établissement et d'extinction qui ont des durées égales et pendant lesquelles l'accélération se fait mal, n'occupent qu'une petite part de la durée des impulsions.

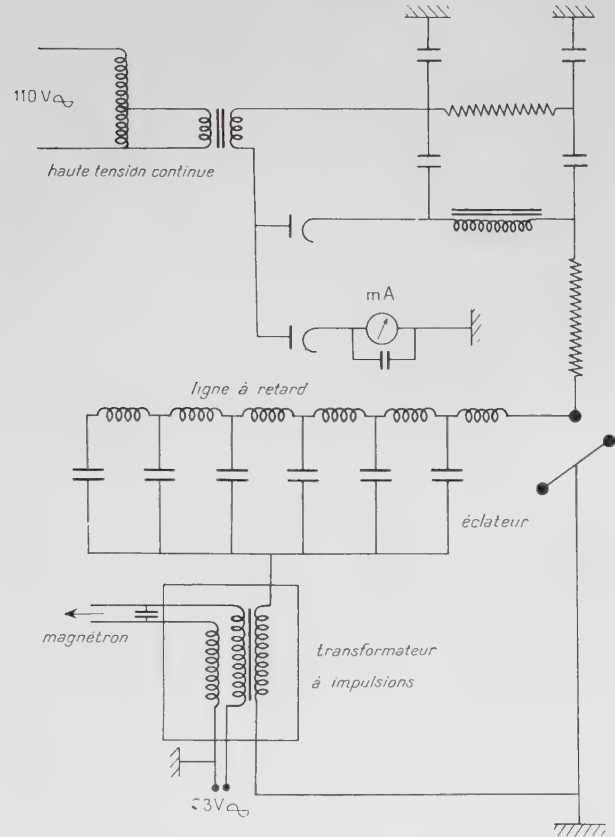


Fig. 32. — Schéma de l'alimentation du magnétron.

L'établissement se fait en puissance suivant la loi

$$H = H_0 e^{-\frac{2\pi}{QT}}$$

soit avec la constante de temps τ_1

$$\tau_1 = \frac{Q}{2\pi} T,$$

ici

$$Q = 3\,000 \quad \text{et} \quad \tau_1 = 0,16,$$

l'établissement et l'extinction occupent donc $0,32 \mu\text{s}$ qui peut être considérée comme un temps perdu. C'est pourquoi nous avons donné aux impulsions la durée élevée de $2 \mu\text{s}$; il reste $1,7 \mu\text{s}$ de durée utile où l'appareil est pleinement efficace.

Le taux de travail maximum du magnétron

étant $0,0005$, la fréquence maximum de répétition sera

$$\frac{0,0005}{2 \cdot 10^{-6}} = 250 \text{ p/s.}$$

La partie haute tension a été construite de façon à pouvoir obtenir aisément des taux de répétition compris entre 100 et 300 c/s . Le taux de 100 a été, le plus souvent, employé dans le but d'augmenter la durée de vie du magnétron.

2.3. ALIMENTATION DU MAGNÉTRON. — Les impulsions sont fournies par l'intermédiaire d'une ligne à retard constituée par une série de capacités et d'inductances chargée par une source de haute tension continue et déchargée par un interrupteur rotatif du type « éclateur ». Lors du court-circuit, le courant traverse le primaire du transformateur à impulsions couplé au magnétron. L'ensemble du montage est représenté sur la figure 32.

Ligne à retard. — Cette ligne est composée d'une batterie de condensateurs au mica spécialement conçue pour cet emploi. Ces condensateurs ont un point commun tandis que leurs autres pôles sont reliés par des selfs. L'impédance de cette ligne étant de 100Ω et le magnétron ayant une impédance de $\frac{27\,000}{35} = 770 \Omega$, le rapport d'élévation du transformateur est égal à $\sqrt{\frac{770}{100}} = 2,78$ et la ligne doit fournir une tension de

$$\frac{27\,000}{2,78}, \quad \text{soit } 10 \text{ kV};$$

elle sera traversée durant les impulsions par un courant maximum de

$$35 \times 2,78 = 97 \text{ A.}$$

Les condensateurs ont une valeur de 800 pF .

La capacité totale de la ligne est

$$C = 6(2 \times 800) = 9\,600 \text{ pF}$$

et les impulsions ont une durée de

$$t_l = 2C \cdot Z = 2 \times 9\,600 \times 100 \cdot 10^{-12} = 1,92 \cdot 10^{-6} \text{ s.}$$

La valeur totale de l'inductance sera telle que

$$\tau = 2\sqrt{LC}, \quad \text{soit } L = C/Z^2,$$

ce qui donne

$$L = 96 \cdot 10^{-6} \text{ H.}$$

soit pour chaque inductance, une valeur de $16 \mu\text{H}$.

Ces inductances sont constituées par un solénoïde

bobiné sur un mandrin isolant de 29 mm de diamètre. Le fil a 1 mm de diamètre (diamètre moyen du solénoïde, 2,95 cm) et la formule classique

$$L = \frac{D^2 T^2}{2,45 \times 40 \times l \left(1 + 0,45 \frac{D}{l}\right)}$$

nous laisse prévoir qu'il faudra 34 tours de fil pour chacune :

$$D = 2,95 \text{ cm}, \quad T = 34 \text{ tours}, \quad l = 5,25 \text{ cm}.$$

Interrupteur rotatif à éclateur. — La mise en court-circuit de la ligne 100 ou 200 fois par seconde est faite par un éclateur rotatif. Un disque portant deux tiges de tungstène sur sa périphérie est entraîné par un moteur asynchrone tournant à 3 000 t/mn environ. Ce disque est relié à la base du primaire du transformateur à impulsions. Les tiges passent en face d'une seconde tige reliée aux inductances de la ligne à retard.

Transformateur à impulsions. — Ce transformateur dont le rapport de transformation est 2,8 est placé dans l'huile. Son secondaire a été réalisé en bobinage double isolé, ce qui évite l'emploi d'un transformateur à haut isolement pour le chauffage du magnétron. Celui-ci est connecté à la base du double enroulement secondaire.

Diode de récupération. — Lorsque la source d'impulsions n'est pas parfaitement réglée, les impulsions peuvent n'être pas assez amorties pour présenter un signe constant au magnétron. Il reste, à la fin de chacune, une « queue » d'oscillation négative, pour laquelle le magnétron n'est pas conducteur et qui ne se trouve pas soumise à la cause d'amortissement ordinaire qui joue pour le début positif de l'impulsion. Cette fin d'impulsion, qui exerce des effets nuisibles sur la ligne à retard, comme il est bien connu, est éliminée ici en branchant une diode auxiliaire d'absorption, en parallèle sur le magnétron, dans le sens convenable : sa plaque étant reliée à la cathode du magnétron.

Le courant redressé nuisible est alors éliminé.

Cet avantage est marqué lorsqu'il se produit un claquage dans le circuit du magnétron, le court-circuit ainsi produit empêche l'impulsion d'être amortie normalement; c'est la diode auxiliaire qui l'absorbera ensuite, ce qui permet, à nouveau, un fonctionnement correct.

Une résistance de protection de 1000 Ω est placée en série pour protéger la diode. La constante de temps du circuit (capacité-résistance-diode) reste

faible devant le temps mis par la ligne à retard pour se charger qui est d'environ de 10 000 μ s; ici, on a

$$RC = 1000 \times 8400 \cdot 10^{-12} = 8,4 \mu\text{s}.$$

3. Canon à électrons et focalisation.

3.1. LE CANON. — Le canon employé est un canon à trois électrodes suivi d'une bobine de focalisation magnétique afin d'obtenir un faisceau bien cylindrique à l'entrée du guide accélérateur.

La cathode est faite d'un fil de tungstène de 1/10^e

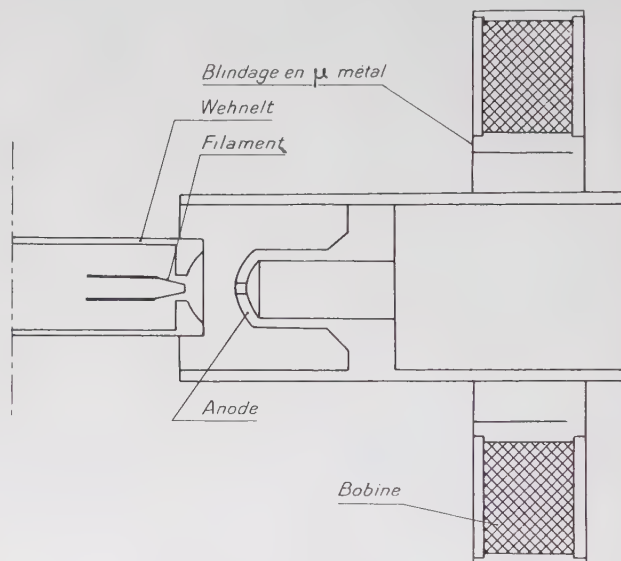


Fig. 33. — Canon à électrons.

de millimètre de diamètre à chauffage direct. Ce filament est enroulé en spirale plate pour obtenir la grande surface émissive qui est nécessaire. Le canon complet est représenté figure 33.

Les électrodes sont en laiton chromé. Le système de fixation à l'intérieur du cylindre permet un bon centrage. Trois petites vis de réglage servent à centrer le filament lors du montage.

3.2. BOBINE DE FOCALISATION. — Le faisceau d'électrons converge en un point situé à peu près au centre commun des deux portions de sphère décrites par l'anode et le wehnelt.

Une lentille magnétique ayant son foyer en ce point transformera ce faisceau en un faisceau parallèle. Le courant dans la bobine peut être modifié, ce qui permet de faire varier la distance focale de la lentille et d'ajuster au mieux la focalisation de la lentille.

La bobine compte 2 000 tours de fil 5/10; elle a

un diamètre intérieur de 7 cm, elle est blindée. Une variation du courant de 0,4 à 1 A permettra de faire varier la position du foyer de 2,1 cm à des valeurs supérieures à 10 cm.

Bobines de centrage. — Afin d'envoyer exactement le faisceau électronique sur l'axe du guide et de corriger d'éventuelles déviations, il a été prévu quatre bobines de centrage que nous avons placées au niveau de la bobine de focalisation. Deux d'entre elles, commandées par un potentiomètre, donnent une déviation verticale, les deux autres montées d'une façon similaire permettent une déviation horizontale.

Chaque bobine comprend 5 000 spires de fil de cuivre de 15/100. Le courant qui les traverse est de l'ordre de 50 mA et l'on a, pour une paire de bobines, 50 A-tours nous permettant ainsi d'obtenir un champ d'une dizaine de gauss.

Ce champ est suffisant pour faire dévier le faisceau électronique de plus de 10 cm à l'extrémité du guide accélérateur.

3.3. HAUTE TENSION DU CANON. — La haute tension est du type multiplicateur. Ce modèle a été étudié à la CSF par J. Vastel [23]. Elle peut débiter 100 μ A moyen sous 80 kV.

La haute tension est mesurée au moyen d'un microampèremètre en série avec une résistance de 2 000 M Ω et peut être appliquée au canon de l'accélérateur par l'intermédiaire d'une résistance protectrice de 60 M Ω .

3.4. ALIMENTATION DU FILAMENT. — Lors de l'emploi d'une haute tension indépendante, le filament de l'accélérateur est chauffé par un transformateur isolé à 100 000 V. Le courant est réglé au primaire par un alternostat.

Lorsque l'on emploie la haute tension du magnétron, le chauffage se fait au moyen d'un accumulateur de 6 V isolé. En série avec le filament, on a placé un potentiomètre de 2 Ω afin de pouvoir faire varier le courant au voisinage de 4 A.

3.5. RÉGLAGE DU CANON. — Le canon étant monté sur l'accélérateur, l'alimentation coupée, on mesure le diamètre du faisceau à l'extrémité de l'accélérateur sur un écran fluorescent métallisé, qui ferme le tube (*fig. 34*). On peut mesurer le courant total en amenant le faisceau sur une cible métallique escamotable.

Voici les résultats obtenus avec ce canon très rustique :

1° Distance wehnelt-anode. — Le courant de chauffage est maintenu fixe au voisinage de 5 A et une haute tension continue fixe de 17 500 V est appliquée.

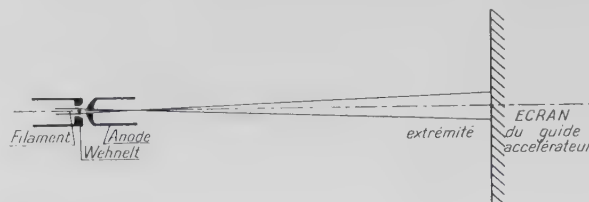


Fig. 34. — Mesure du diamètre du faisceau.

Une variation de polarisation du wehnelt est sans influence sur la position du maximum (elle produit une translation verticale des courbes obtenues). Nous avons rapproché progressivement l'anode du wehnelt par sections de 3 mm et pour chacune des positions nous avons relevé le courant émis et le diamètre du faisceau obtenu.

Distance anode-wehnelt (mm).	Courant (μ A).	Diamètre du faisceau à l'extrémité de l'accélérateur (mm).
17.....	15	30
14.....	20	24
11.....	24	20
8.....	38	15
5.....	30	25

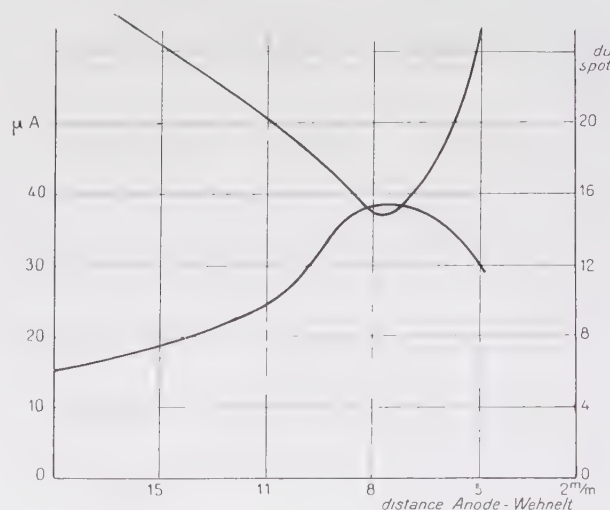


Fig. 35. — Diamètre du spot et courant total en fonction de la distance anode-wehnelt.

Ces résultats sont représentés par les courbes de la figure 35. L'anode a donc été fixée à 8 mm du wehnelt.

Polarisation automatique. — Le canon peut fonctionner soit avec la haute tension alimentant le

magnétron, soit avec une haute tension indépendante. Dans le premier cas, filament et wehnelt sont réunis. Dans le second, on utilise une polarisation automatique du wehnelt. Nous avons alors étudié l'émission

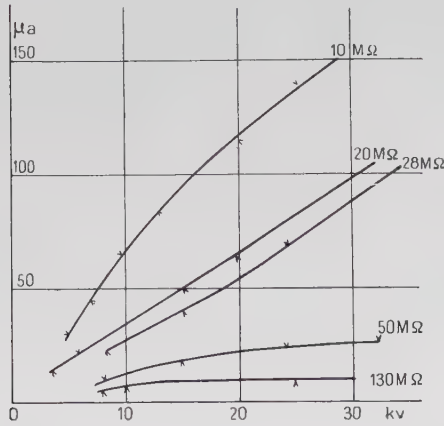


Fig. 36. — Courant débité par le canon fonctionnant de la haute tension.

du canon lorsque l'on faisait varier la résistance de polarisation.

Nous avons mesuré le courant et la tension de polarisation, la haute tension avec un électromètre électrostatique et le courant débité par le filament, ainsi que le courant de chauffage. Les mesures ont été faites pour cinq valeurs de R : 10, 20, 28, 50, 130 MΩ.

Nous nous sommes placés pour faire les mesures au seuil de la saturation. En ce point, une augmentation du courant de chauffage, c'est-à-dire de la température du filament ne produit plus d'augmentation du courant fourni par le canon. Le courant est alors limité par la charge d'espace. On peut observer le point de transition sur l'écran fluorescent comme dans les mesures précédentes. En effet, lorsque le chauffage est faible, il est possible de voir l'image du filament, tandis que l'on observe une zone uniforme à partir de la saturation. La source est alors définie par une équipotentielle située légèrement en avant du filament.

Les résultats des mesures sont donnés tableau XIII et ont été représentés sur les courbes (fig. 36) : courant total fonction de la haute tension avec, comme paramètre, la résistance de polarisation.

En prenant une valeur de R égale à 100 MΩ, le canon débitera très peu en dehors des impulsions. Pendant celles-ci qui devront être supérieures à 15 000 V, le canon débitera à peu près son courant maximum.

TABLEAU XIII.

Haute tension (kV).	Polarisation (V).	Courant total (µA).	Courant de chauffage (A).	Résistance de polarisation (MΩ).
8.....	750	7	4	130
18.....	1 100	8,5	4	130
25.....	1 300	10	4	130
28,5.....	1 600	10	4	130
8.....	550	11	4	50
15.....	1 000	20	4,5	50
24.....	1 250	25	4	50
27,5.....	1 300	26	4	50
5,5.....	390	14	4	28
8.....	670	24	4,2	28
15.....	1 100	40	4,2	28
24.....	1 900	70	4,5	28
33.....	2 000	140	4,5	28
17.....	440	22	4	20
15.....	1 000	50	4	20
19,5.....	1 300	65	4	20
5.....	300	30	4,5	10
7.....	450	45	4	10
9,5.....	645	64,5	4	10
12,6.....	850	85	4	10
20.....	1 150	115	4	10
25.....	1 400	140	4	10

3.6. FONCTIONNEMENT DU CANON EN IMPULSIONS. — L'énergie étant envoyée sous forme d'impulsions dans les cavités, il doit en être de même des électrons pour éviter la destruction trop rapide du filament.

Lorsque la haute tension employée est celle du

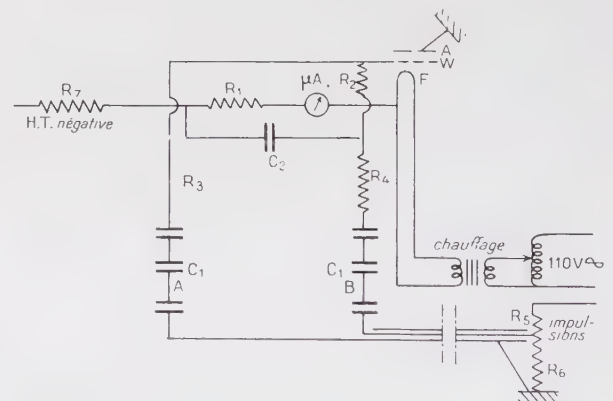


Fig. 37. — Schéma de l'alimentation du canon pour le fonctionnement en impulsions.

magnétron, le problème est simple. Il suffit de réunir le filament au wehnelt et l'ensemble à la cathode du magnétron. Le canon n'est alors porté à la haute tension que durant les impulsions.

Pendant les réglages, nous avons employé une source de haute tension continue, indépendante. Dans ces conditions, il a été nécessaire de prévoir un dispositif de blocage du canon. On fait alors fonctionner celui-ci en canon à trois électrodes en appliquant sur le wehnelt une tension de polarisation, plus une tension négative au moment des impulsions.

Un câble coaxial relie la base du condensateur AB (fig. 37) à l'entrée du transformateur d'impulsions du magnétron sur un diviseur de tension constitué par deux résistances.

Une fraction des impulsions est alors appliquée sur le wehnelt et le canon ne débite un courant élevé que durant celles-ci. Le schéma de montage de la haute tension avec la polarisation automatique et les liaisons pour les impulsions est représenté figure 37. Les trois condensateurs AB ont une valeur de 5 000 pF et sont isolés à 30 000 V chacun.

Un ensemble de chaînes de résistances de protection a été intercalé dans les connexions afin d'éviter des débits trop intenses de la haute tension lors d'éventuels effluves ou claquages.

3.7. FOCALISATION DU CORPS. — La focalisation des électrons lors de leur accélération sera assurée par cinq bobines coaxiales aux cavités. Nous avons vu que le champ magnétique nécessaire était faible et les bobines ont été prévues pour pouvoir donner un champ de 250 gauss. On a approximativement

$$H = \frac{4\pi}{10} \frac{NI}{40} = 250 \text{ gauss,} \quad \text{soit } NI = 7\,890;$$

en mettant 500 spires de fil 7/10 par bobine, il faudra un courant de

$$I = \frac{7\,890}{5 \times 500} = 3,2 \text{ A.}$$

Les bobines sont montées en série et alimentées par une tension prise sur un potentiomètre de 100 Ω relié à la distribution de 120 V continu. Le courant traversant les bobines peut ainsi varier de 0 à 3 A et le champ de 0 à 250 gauss.

Le parallélisme des bobines doit être soigné, car il pourrait introduire des déviations dans la marche du faisceau.

Celui-ci est vérifié en observant le faisceau d'électrons traversant le guide sur un écran fluorescent placé à son extrémité. Le spot doit rester fixe lorsque l'on fait varier le courant dans les cinq bobines.

4. Appareils de mesure pour le faisceau d'électrons accélérés.

4.1. MESURE DU COURANT. — Le fond de l'accélérateur constitué par un spectromètre est isolé

électriquement du reste de l'appareil; on peut, en reliant ces deux parties par un microampère-mètre, mesurer le courant moyen sortant des cavités accélératrices.

4.2. MESURE DE L'ÉNERGIE DES ÉLECTRONS. — L'analyseur de spectres a été étudié par Vastel [14]. Nous en rappellerons seulement le principe.

La répartition des énergies des électrons accélérés est mesurée à l'aide d'un spectromètre à déviation magnétique placé sur le trajet des électrons à l'extérieur des cavités.

Le faisceau d'électrons dévié à sa sortie des cavités par un champ magnétique tombe sur la première fente d'un spectromètre. Les électrons ayant la courbure convenable peuvent, seuls, traverser la deuxième fente de l'appareil et sont reçus sur un collecteur E relié à la masse par une résistance R_1 variable de 20 kΩ maximum. Un champ magnétique donné permet de mesurer le nombre d'électrons ayant une certaine énergie; il suffira de le faire varier périodiquement pour observer, sur un tube cathodique balayé en synchronisme, le spectre d'énergie des électrons accélérés.

La tension apparaissant aux bornes de R_1 après avoir été amplifiée convenablement sera appliquée aux plaques de déviation verticale, les plaques de déviation horizontale étant soumises à une tension de balayage synchrone de la déviation magnétique. La hauteur verticale correspondra au courant d'électrons ayant une énergie donnée. La déviation horizontale sera étalonnée en énergie. L'étalonnage se fait à partir d'une tension d'injection connue.

Le rayon de courbure ρ d'un électron de charge e , de masse m , de vitesse v , dans un champ magnétique transversal est

$$\mathcal{H}\rho = m \frac{v}{e},$$

m est la masse relativiste

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

et

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{\mathcal{E}}{m_0 c^2}\right)^2},$$

$\mathcal{E}$ étant l'énergie des électrons, d'où, finalement :

$$\mathcal{H}\rho = \frac{1}{ec} \sqrt{\mathcal{E}(\mathcal{E} + 2m_0 c^2)}.$$

On a, en exprimant $\mathcal{H}$ en gauss, ρ en cm, $\mathcal{E}$ en MeV :

$$\mathcal{H}\rho = 3\,330 \sqrt{\mathcal{E}(\mathcal{E} + 1,018)}.$$

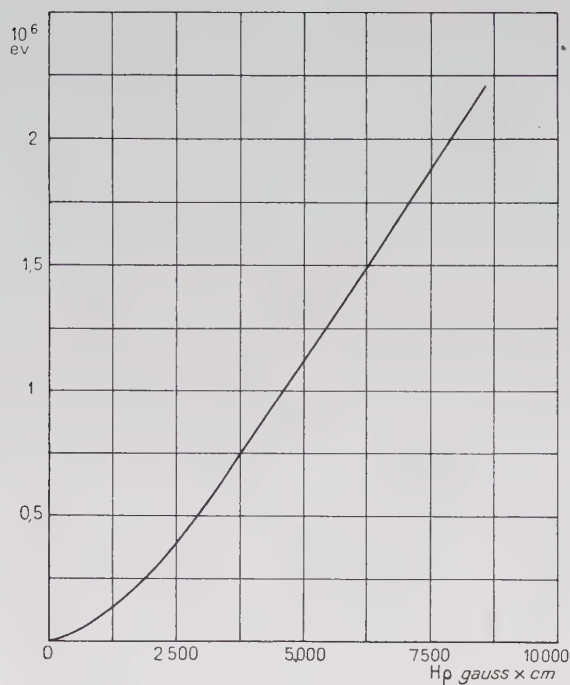


Fig. 38. — Courbe d'étalonnage du spectrographe d'énergie.

On a tracé, sur la figure 38, la courbe $(\partial \mathcal{E}_\rho)$ en fonction de $\mathcal{E}$. Pour étalonner l'oscillographe, il suffit

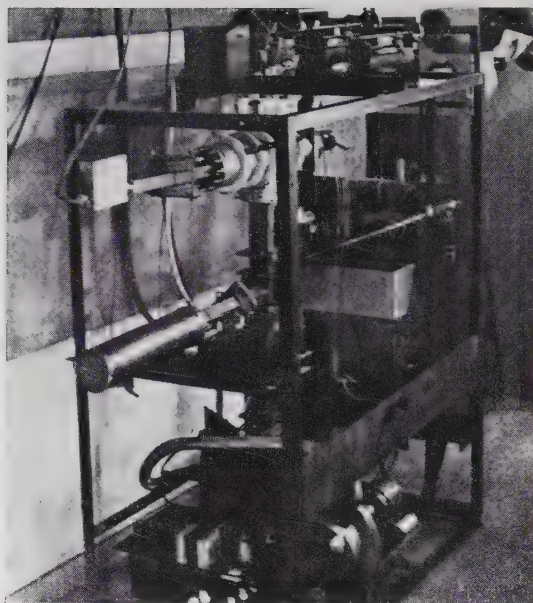


Fig. 39. — Vue générale de l'accélérateur.

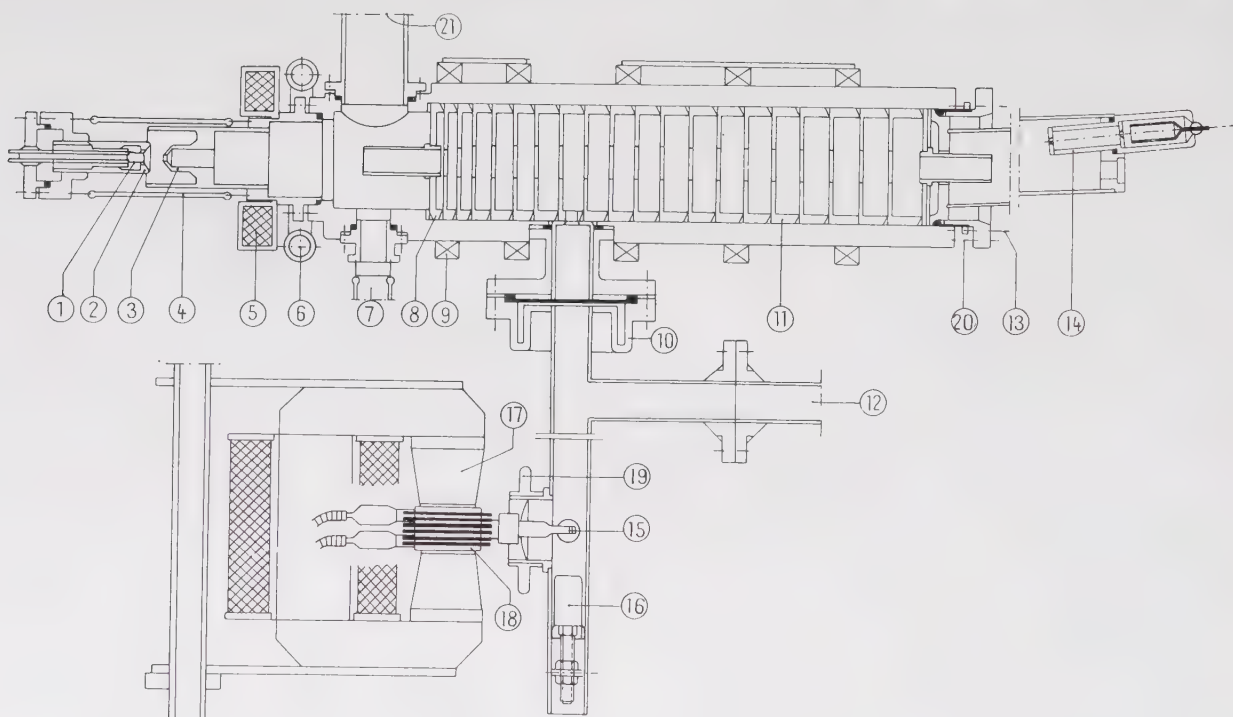


Fig. 40. — Plan de l'accélérateur.

1, filament; 2, wehnelt; 3, anode; 4, isolant entre wehnelt et anode; 5, bobines de focalisation du faisceau; 6, bobine de centrage du faisceau; 7, sortie pour la jauge à ionisation; 8, cavité extrême avec bossage; 9, bobine de focalisation des électrons; 10, joint sans réflexion; 11, cavité accélératrice; 12, sortie pour la résistance stabilisatrice; 13, vis de serrage du joint à vide; 14, spectromètre (fente et cage de Faraday); 15, antenne du magnétron; 16, piston de court-circuit mobile; 17, électroaimant du magnétron; 18, magnétron; 19, dispositif pour déplacer le magnétron; 20, vis de serrage des cavités; 21, sortie pour la pompe à vide.

de mesurer la déviation pour une énergie connue des électrons (par exemple 100 000 eV fournis par la source continue et mesurable à l'électromètre). On mesure alors les énergies supérieures à l'aide de la courbe théorique.

La fréquence de balayage doit être faible à cause du fonctionnement en impulsions de l'appareil; elle a été choisie voisine de $\frac{1}{2}$ c/s. Le spectre se présente sous la forme d'un ensemble de pics parallèles, chaque pic correspondant à une impulsion. Cet effet n'a pas d'inconvénient à condition d'employer un écran d'oscillographe à images persistantes et d'augmenter au maximum la luminosité du spectre au moment des impulsions.

L'oscillographe cathodique employé a dû être construit spécialement pour cet usage, les appareils industriels ne présentant pas les caractéristiques nécessaires.

IV. — ÉTUDE DE L'ACCÉLÉRATION DES ÉLECTRONS.

1. Montage de l'accélérateur.

L'appareil est représenté par la photographie de la figure 39 et par une coupe transversale (fig. 40).

L'ensemble à l'exclusion de la haute tension continue pour le canon et de l'oscillographe pour l'analyseur de spectres est monté sur un bâti.

Le corps de l'appareil est constitué par un cylindre de duralumin de 110 mm de diamètre à l'intérieur duquel sont empilées les cavités. Pour faciliter leur refroidissement tout en maintenant une grande rigidité, ce cylindre est muni d'ailettes taillées dans la masse. Ce cylindre fixé horizontalement à la partie supérieure du châssis sert de support aux principaux

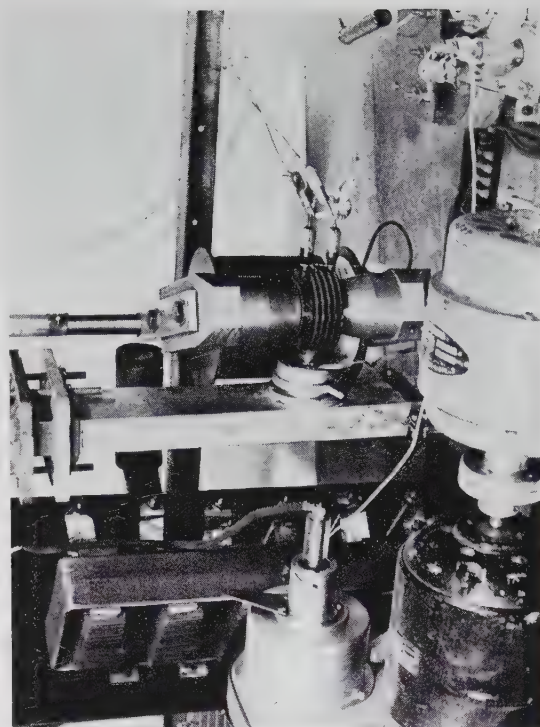


Fig. 40. — Ligne à retard et magnétron.

éléments (canon, spectromètre, pompe à diffusion, jauge à ionisation, guide transmettant la puissance haute fréquence).

A l'intérieur de ces éléments est réalisé un vide d'environ 5.10^{-5} mm de Hg. Les différents assemblages ont été usinés de façon à permettre la mise en place d'un joint en caoutchouc assurant l'étanchéité. La liaison spectromètre-corps (fig. 40) permet le serrage des cavités par les vis (20) et le serrage du joint par les vis (13).

L'ensemble magnétron et alimentation, représenté par les figures 41 et 42 a été placé à la base de l'appareil de façon à créer la perturbation minimum dans la marche de l'accélérateur. Le champ de fuite de l'électroaimant a été en partie compensé par un aimant permanent.

Les appareils de contrôle et de réglage sont fixés sur le panneau avant du bâti (photo 43).

L'analyseur de spectres et l'ondemètre ont été placés sur un deuxième bâti afin d'éviter les parasites dus principalement à l'éclateur rotatif. Ils sont reliés respectivement au collecteur du spectromètre par des conducteurs blindés et à la prise sur le guide de branche horizontale du T par un câble coaxial.

La haute tension du canon avec tous ses organes

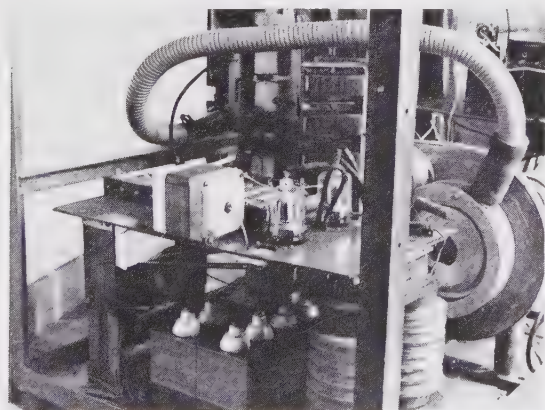


Fig. 41. — Haute tension du magnétron et éclateur rotatif.

de commande et de contrôle est fixée sur un troisième bâti.

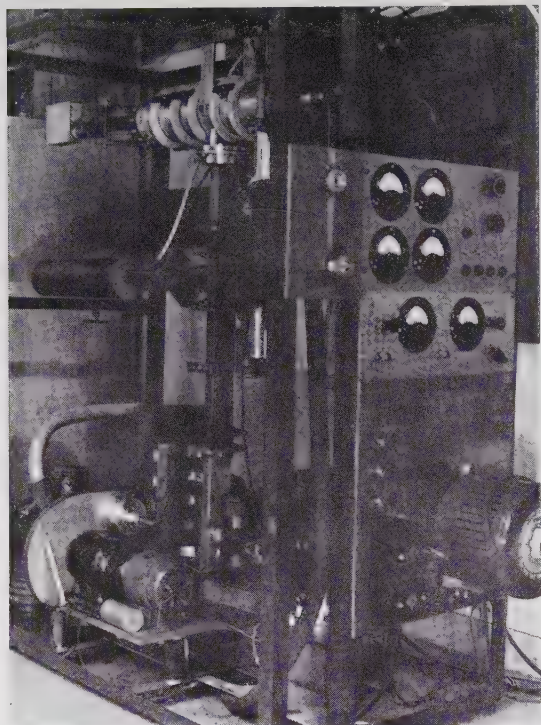


Fig. 43. — Vue des panneaux de commande et de contrôle de l'accélérateur.

2. Réglage de l'appareil.

Avant de détailler les résultats obtenus, nous allons résumer les différentes opérations à effectuer et les précautions à prendre pour la mise en marche de l'accélérateur. Nous suivrons l'ordre chronologique des opérations de mise en route.

2.1. ÉVOLUTION DU DEGRÉ DE VIDE. — Lorsque le vide a atteint une valeur voisine de 10^{-5} mm, il est possible d'accélérer les électrons. Une valeur supérieure conduit à la formation d'électrons secondaires qui donnent lieu à un bombardement intense du filament entraînant sa destruction. Un vide médiocre augmente les possibilités de claquage dans le canon et lors de l'excitation par la haute fréquence au niveau des cloisons et surtout de l'ouverture de couplage entre cavités et guide. Après un certain temps de fonctionnement, le vide a tendance à se détériorer. Ceci est dû principalement aux bombardements des parois des cavités par quelques électrons. Ce bombardement entraîne un échauffement, d'où un dégazage. En général, le vide est au départ de l'ordre de $5 \cdot 10^{-6}$ mm et, après une durée de

fonctionnement d'environ 30 mn, il atteint 10^{-5} mm. Ce phénomène n'étant pas gênant, il n'a pas été nécessaire de prendre des précautions spéciales pour l'éviter ou en diminuer l'effet.

2.2. RÉGLAGE DE LA FRÉQUENCE. — La fréquence de fonctionnement est contrôlée par une cavité étalon. On la fera varier, les dimensions du guide de couplage restant fixes, en déplaçant légèrement le piston T_1 d'adaptation placé à l'extrémité du guide à environ $\frac{1}{4}$ de λ_g de l'antenne du magnétron. Nous avons vu que l'écart de fréquence ainsi obtenu est fonction des conditions de couplage entre cavités et magnétron.

Il est à noter que la valeur de la haute tension, la pénétration de l'antenne du magnétron, la distance entre cavités et magnétron font aussi varier la fréquence.

3. Résultats.

L'accélérateur fonctionnant en impulsions, nous observons sur l'écran du spectromètre un ensemble des pics correspondant à des énergies différentes. Ceux-ci ont été photographiés ou relevés à la main sur papier calque.

Lorsque le champ à l'intérieur des cavités est faible, on observe quelques pics au niveau de la tension d'injection (fig. 44 A). Le champ augmentant, le spectre s'étend vers les énergies élevées

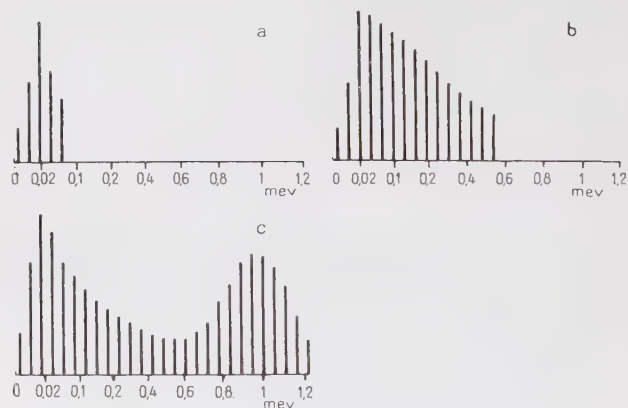


Fig. 44. — Spectre d'énergie.

(fig. 44 B), puis on observe un maximum vers la droite (fig. 44 C).

Nous exposerons ici nos observations sur l'évolution du spectre en fonction des différents paramètres (fréquence, puissance dans les cavités, tension d'injection) de l'appareil. Les variations de fréquence

entraînent une modification du couplage cavités-magnétron et se répercutent directement sur l'énergie des électrons; l'effet se rapproche de ceux obtenus par une variation de la puissance injectée dans les cavités.

3.1. VARIATION DE LA FRÉQUENCE DE FONCTIONNEMENT. — D'après l'étude faite au chapitre II sur le couplage du magnétron aux cavités accélératrices, nous pouvons prévoir les différents cas possibles par l'étude des intersections des courbes KH (fig. 25). Les modifications des conditions de couplage reviennent à un déplacement vertical de la courbe H. Pour simplifier les figures, nous envisagerons un déplacement de la courbe H. Dans le cas

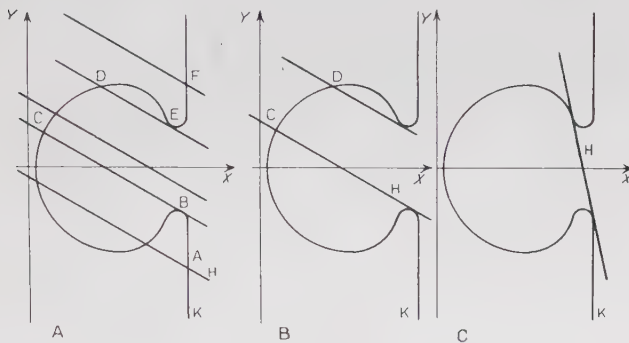


Fig. 45. — Courbe de fonctionnement magnétron-cavités.

de la figure 45 A, si nous considérons la variation d'un élément de réglage tel que le piston T_1 , il sera possible d'obtenir, de A en B, une variation régulière de la fréquence. Puis, en B, il y aura une brusque variation. De C en D, la fréquence variera très peu : on a un phénomène de stabilisation. En D, on obtient à nouveau un saut brusque de la fréquence jusqu'à la valeur correspondant à E, puis une variation régulière sur la partie EF. Dans certains cas, il n'est pas possible de décrire la courbe de A à F et l'on n'observera qu'une partie du phénomène décrit.

L'accélération ne sera possible que dans la zone CD (fig. 45 B). Nous avons présenté un cas où la zone CD est grande, tandis que sur la figure 45 C) elle est inexistante.

Les variations de la distance entre cavités-charge et magnétron modifient la forme de la courbe G et sa position par rapport à K. Il serait donc difficile de déterminer *a priori* cette courbe. L'étude faite au chapitre II nous servira surtout à interpréter les phénomènes observés et à en déduire le sens des variations à imposer aux divers paramètres pour obtenir de bonnes conditions de marche.

3.2. RÉGLAGE DE LA RÉSISTANCE DE STABILISATION. — Guide A = 5,49 cm. Guide B = 1,9 cm. — En faisant varier le piston T_1 , on fait varier la fréquence de 2 996 à 2 998 Mc/s, puis on a un écart brusque à 3 002, une variation très lente jusqu'à 3 005, puis un nouvel écart à 3 014.

Dans ce cas, les électrons sont accélérés jusque vers 600 000 eV. Cette faible valeur de l'énergie finale indique que la puissance introduite dans le guide n'est pas suffisante. Ce résultat venant principalement du fait que la fréquence de fonctionnement est 3 003 Mc/s et non 3 000.

Nous avons fait une étude systématique des conditions de couplage en faisant varier les hauteurs A et B.

Sans vouloir reproduire tous les résultats obtenus, nous donnerons uniquement les mesures faites dans des cas typiques :

TABLEAU XIV.

Hauteur A (mm).	Hauteur B (mm).	Fréquence de fonctionnement (Mc/s).	Énergie maximum (eV).
54,5	17.....	2 999	600 000
54,9	19.....	3 003	600 000
54,9	23.....	3 000,5	1 200 000
54,9	24.....	3 005	900 000

Pour A = 53 mm et B = 23 mm, on a obtenu 900 000 eV;
A = 57 B = 19 » 1 200 000 eV;
A = 50 B = 21 » 800 000 eV.

Ces divers résultats montrent que l'ensemble des paramètres permettent de régler l'appareil dans des conditions satisfaisantes.

La forme du spectre obtenu dans les meilleures conditions est présentée sur la figure 44 c.

On remarque qu'il existe un certain nombre d'électrons qui atteignent l'extrémité du guide sans avoir l'énergie maximum.

L'emploi du T de jonction réglable a permis d'améliorer le spectre d'énergie. Les meilleurs résultats ont été obtenus pour :

$$A = 55 \text{ mm} \quad \text{et} \quad B = 23 \text{ mm}.$$

La fréquence de fonctionnement a pu être amenée à la valeur de 3 000 Mc/s en réglant convenablement le piston T_1 et le serrage du guide fendu.

3.3. RÉGLAGE DE LA TENSION D'INJECTION. — Ces résultats ont été obtenus en appliquant directement les impulsions servant à alimenter le magnétron au canon à électrons.

Nous avons fait aussi des essais en utilisant une

haute tension indépendante. Le spectre d'énergie a conservé le même aspect pour des tensions voisines de 20 000 V. Il a été possible de l'améliorer très nettement (*fig. 46*) en appliquant des tensions d'environ 70 000 V, mais le guide fonctionne alors dans

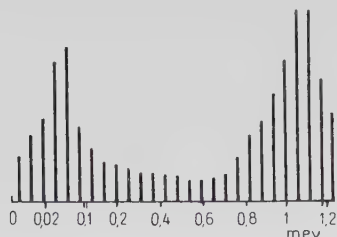


Fig. 46. — Spectre d'énergie.

des conditions un peu spéciales : les électrons traversent probablement plusieurs cavités avant d'être captés par le champ accélérateur.

3.4. MESURE DU CHAMP A L'INTÉRIEUR DU GUIDE LORS DU FONCTIONNEMENT. — Pour faciliter les réglages, nous avons aussi effectué des mesures à pleine puissance en plaçant une petite antenne à l'intérieur du petit guide circulaire placé dans le fond de la dernière cavité. Ce guide circulaire qui est excité à une longueur d'onde supérieure à celle de coupure constitue un atténuateur. Le courant capté par l'antenne était détecté par un petit cristal au germanium et mesuré sur un microampèremètre.

On a observé, lors des variations des différents paramètres, en particulier de la fréquence de fonctionnement des maxima de courant pour les mêmes valeurs des paramètres qui mènent à la formation d'un bon spectre d'énergie. On vérifie ainsi qu'une condition primordiale de bon fonctionnement est d'alimenter l'accélérateur à sa puissance nominale ou à une puissance supérieure : le fonctionnement se détériore très rapidement dès que l'on abaisse la puissance au-dessous de sa valeur nominale.

3.5. MESURE DU COURANT. — Les courants moyens d'électrons accélérés sont d'environ 20 μ A. Ceux-ci étant approximativement égaux aux courants obtenus sans accélération, nous voyons qu'il n'y a pratiquement pas de pertes d'électrons lors de celle-ci; ceci est dû à la faible longueur de l'accélérateur.

3.6. CHAMP FOCALISATEUR. — L'influence du champ focalisateur est assez faible. Un réglage soigneux se traduit par une petite amélioration du

spectre des énergies; mais il est encore possible de faire fonctionner l'accélérateur avec un champ nul. Ces constatations sont bien naturelles, car, avec un aussi faible parcours nous avons vu que le diamètre du faisceau restait petit malgré la force défocalisatrice, surtout si le faisceau était bien focalisé à l'injection.

4. Étude de la forme du spectre.

Pour étudier le spectre, nous considérerons les phénomènes qui se produisent au cours d'une impulsion.

Celles-ci ont une durée de 1,92 μ s; elles correspondent à 5 760 oscillations du champ haute fréquence.

En réalité, les impulsions ne sont pas rectangulaires et ont une forme trapézoïdale (*fig. 47*).

D'autre part, nous avons vu que le champ ne s'établissait pas instantanément à l'intérieur des

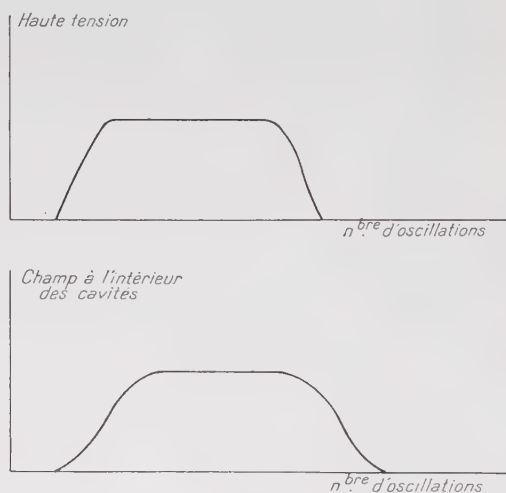


Fig. 47. — Forme schématique des impulsions.

cavités. Le phénomène, bien qu'à variation exponentielle en fonction du temps, nécessite un laps de temps non négligeable devant la durée des impulsions pour atteindre la valeur maximum. La constante de temps est

$$\tau = \frac{Q}{2\pi} = \frac{3\,000}{6,28} = 480 \text{ p, soit } 0,16 \mu\text{s}.$$

La vitesse de propagation moyenne dans le guide a été calculée. On a

$$v_g = 0,08 \cdot 10^{10} \text{ cm s.}$$

Un électron mettra donc approximativement 0,05 μ s pour traverser l'accélérateur.

Lors de l'établissement des oscillations, le magnétron ne débitant pas sur une impédance convenable ne fonctionne pas sur la fréquence pour laquelle l'accélérateur a été calculé.

Certains modes parasites dont nous avons mesuré les fréquences d'oscillation peuvent alors être excités.

Ainsi, nous voyons que les conditions de fonctionnement au début de chaque impulsion sont perturbées durant au moins

$$2 \times \tau = 960 \neq 1000 \text{ p, soit } 0,32 \text{ } \mu\text{s.}$$

Tous les électrons qui parviendront à la sortie de l'accélérateur durant cet intervalle de temps auront des énergies bien inférieures à l'énergie maximum. Si ce temps restait petit devant celui mis par un électron pour traverser l'accélérateur, il se produirait, au bout d'un certain parcours, un phénomène de regroupement; il n'en est pas ainsi dans notre accélérateur court.

Nous avons vu que les électrons en plus de leur mouvement de translation avaient un mouvement oscillatoire. La fréquence approximative calculée dans le cas de cet accélérateur est de 500 Mc/s. Ce mouvement oscillatoire étant amorti, il produit un regroupement des électrons. Mais, dans un guide accélérateur de $5\lambda_g$ fonctionnant à une fréquence de 3 000 Mc/s, il n'y aura que très peu d'oscillations. Les électrons qui ont été injectés à des phases inférieures à celle des électrons correspondant à une position stable (1^{re} partie, *fig. 5*, position B) sortiront de l'accélérateur avec des énergies différentes. Ce phénomène contribuera encore à l'élargissement du spectre d'énergie.

Dans le cas présent, il serait possible d'obtenir des améliorations sensibles en augmentant la durée des impulsions. En effet, la durée d'établissement restera la même et la quantité d'électrons à basse énergie sera relativement plus faible que celle d'électrons d'énergies élevées. Cet essai n'a pu être fait, le magnétron employé ne le permettant pas.

Le premier maximum observé sur les courbes au voisinage de 20 000 eV correspond aux électrons ayant traversé le guide tout au début des impulsions lorsque le champ dans les cavités est nul.

5. Conclusion.

Ce travail constitue notre contribution personnelle aux recherches entreprises sous la direction du Professeur Grivet sur les accélérateurs linéaires de particules.

Il a eu pour origine la nécessité d'expérimenter et d'étudier, d'une façon précise, les possibilités des différentes sortes d'accélérateurs linéaires pour des énergies relativement faibles en vue de la construction d'appareils puissants.

Les théories exposées ici ne prétendent pas à la rigueur; elles ont été développées seulement dans le but de tracer la voie à nos recherches expérimentales. Ces dernières constituent la partie essentielle de notre travail; elles nous ont amené à établir une technique de mesure précise et ont conduit à établir un ensemble de résultats utilisables dans tous les types d'accélérateurs linéaires.

Un résultat négatif se dégage d'abord de ce travail, c'est que l'usage des ondes stationnaires dans un accélérateur ne présente pas, en pratique, les avantages que l'on pourrait escompter à première vue. Il est vrai que l'énergie de haute fréquence qui parvient à l'appareil est mieux utilisée à l'accélération que si l'on employait une onde progressive, cela tant que l'accélérateur est court. Mais cet avantage de base est contre-balancé par la perte d'énergie que l'on est obligé de consentir entre la source et l'accélérateur pour assurer un fonctionnement convenable de la source. L'économie de puissance s'avère donc au total illusoire, car il faut perdre environ 40 % de la puissance fournie par le magnétron pour assurer la stabilité du fonctionnement. Le modèle à ondes stationnaires perd encore de son intérêt si l'on remarque que dans un appareil court, on peut utiliser un courant d'électrons suffisamment intense, pour que l'onde soit fortement affaiblie par la dépense d'énergie nécessaire à son accélération. D'autre part, on peut récupérer l'énergie restante par un dispositif à réaction convenable tel celui proposé par Sherby-Harvic et Mullet [24].

C'est pourquoi, à la suite des expériences que nous avons réalisées ici, notre laboratoire a concentré ses efforts sur le développement d'un appareil à ondes progressives.

Notre étude mène aussi à des conclusions positives; elle a prouvé qu'il était possible de construire un accélérateur qui accepte à son entrée des particules d'énergie très réduite (20 000 eV, c'est-à-dire de vitesse 0,3 c) et qui, cependant, les accélère dans de bonnes conditions, en portant leur énergie à 1,2 MeV sur un parcours de 40 cm. Cette possibilité entraîne une simplification considérable de l'appareillage, puisque l'on peut alors se dispenser de construire une source de haute tension indépendante pour l'accélération initiale; on peut se servir tout simplement de l'alimentation du magnétron.

Enfin, le calcul des cavités a été conduit de

manière à pouvoir s'appliquer aussi sans changement à un appareil fonctionnant en ondes progressives et ses résultats ont été utilisés avec succès par M. J.

Vastel pour déterminer la construction d'un appareil de ce type qui a donné d'excellents résultats lors de ses premiers essais.

J'exprime tous mes remerciements à M. le Professeur Y. Rocard qui m'a accueilli au Laboratoire de Physique de l'École Normale Supérieure dont il est Directeur.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à M. le Professeur Pierre Grivet, Directeur du laboratoire de Radioélectricité qui m'a permis d'effectuer ces travaux, pour sa bienveillance inlassable.

J'exprime ma profonde reconnaissance à M. Jean Vastel, Chef du service Accélérateurs de Particules à la Compagnie Générale de Télégraphie sans Fil, pour le soutien constant de sa science et de son expérience approfondie dans les domaines des ondes hyperfréquences et des accélérateurs de particules. Les principales expériences décrites ici ont été faites sous son contrôle et durant toutes celles-ci il a su nous prodiguer de précieux conseils et les encouragements nécessaires pour mener à bien ce travail.

J'exprimerai tous mes remerciements au personnel du laboratoire de Radioélectricité et en particulier :

à M. Cohu par qui fut réalisée avec tant de soin et de compétence la plus grande partie du matériel nécessité par ces recherches;

à MM. Blanchet et Cloche, qui nous ont aidé durant toute la période de mise au point de l'accélérateur;

à tous mes collègues des laboratoires de Radioélectricité et de Physique de l'École Normale Supérieure pour les fructueuses discussions que nous eûmes autour de nos recherches.

BIBLIOGRAPHIE.

- [1] L. B. MULLET, *A resonator accelerator with a rectangular corrugated guide* (T. R. E. Report, t. 2021).
 - [2] W. E. WILLSHAW, *Confidential report from research labs of General Electric Co Ltd* n° 8766 B (1945).
 - [3] G. G. BRUCK et E. R. WICKER, *Slow transverse magnetic waves in cylindrical guides* (J. Appl. Phys., t. 18, 1947, p. 766).
 - [4] S. FRANKEL, *TM₀₁ mode in circular waveguides with two coaxial dielectrics* (J. Appl. Phys., t. 18, 1947, p. 650).
 - [5] L. BRILLOUIN, *Waveguides for slow waves* (J. Appl. Phys., t. 19, 1948, p. 1023).
 - [6] E. L. CHU et W. W. HANSEN, *The theory of disk-loaded waveguides* (J. Appl. Phys., t. 18, 1947, p. 996).
 - [7] E. L. CHU et W. W. HANSEN, *Disk loaded waveguides* (J. Appl. Phys., t. 20, 1949, p. 280).
 - [8] P. GRIVET et J. VASTEL, *Quelques mesures sur un accélérateur linéaire* (C. R. Acad. Sc., t. 232, 1951, p. 809).
 - [9] JAMMKE EMDE, *Tables of higher functions*, 4^e édition, p. 262-263 (Teubner, Leipzig, 1948).
 - [10] W. WALKINSHAW, *Notes on Waveguides for slow waves* (J. Appl. Phys., t. 20, 1949, p. 634).
 - [11] L. LEWIN, *Advanced theory of Waveguides* (London, Iliffe and Sons, 1951).
 - [12] K. JOHNSEN, *Heavy Beam Loading in Linear electron accelerator* (Proc. Phys. Soc. B, t. 64, p. 1062, 1951).
 - [13] H. JEFFREYS, *Method of mathematical physics* (Cambridge, Univ. Press, 1946).
 - [14] J. VASTEL, *Étude expérimentale d'un guide accélérateur* (Annales de Radioélectricité, t. 27, 1952, p. 20).
 - [15] J. MULLER, *Untersuchungen über elektromagnetische Hohlräume* (Zeit. H. F. technik und E. Akustik, t. 54, 1939, p. 157).
 - [16] P. GRIVET, *Sur la longueur d'onde propre de certains résonateurs électromagnétiques* (C. R. Acad. Sc., t. 218, 1944, p. 71).
 - [17] L. C. MAIER et J. C. SLATER. — *Field strength measurements in resonant cavities* (J. Appl. Phys., t. 23, 1952, p. 68).
 - [18] G. B. COLLINS, *Microwave magnetrons* (Mc Graw Hill, 1948).
 - [19] J. C. SLATER, *Microwave Electronics* (D. V. Norstrand Co, New-York, 1951).
 - [20] J. R. PIERCE et W. G. SHEPHERD, *Radar Systems and Components* (D. V. Norstrand Co, New-York, t. 1, 1949, p. 489-710).
 - [21] P. FRANK et E. L. CHU, *A survey of the principle and practice of waveguides* (par L. G. H. HUXLEY : courbes reproduites p. 177, Cambridge Univ. Press, 1947).
 - [22] J. I. ALLANSON, R. COOPER et T. G. COWLING, *The theory and experimental behaviour of right angled junctions in rectangular section waveguides* (J. Instr. Elect. Eng., vol. 93, part III, n° 23, 1946).
 - [23] J. VASTEL, *Sources modernes à haute tension sous faible débit* (Annales de Radioélectricité, t. 6, 1951, p. 84).
 - [24] R. SHERBY, R. B. HARRIE et L. B. MULLET, *A travelling wave linear accelerator with R. F. power feedback* (Proc. Phys. Soc., London, t. 62, 1949, p. 270).
-

SECONDE THÈSE



PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Microscopie protonique.

Vu et approuvé :

Paris, le 15 juin 1953.

LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES,

A. CHATELET.

Vu et permis d'imprimer :

POUR LE RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,

LE VICE-PRÉSIDENT DU CONSEIL

DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS,

A. CHATELET.



PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS
144445 Quai des Grands-Augustins, 55.

Dépôt légal, Imprimeur, 1953, n° 886